



А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
Е.М. Рабинович
М.С. Якир

9

класс



Вентана
граф

Геометрия

Дидактические
материалы

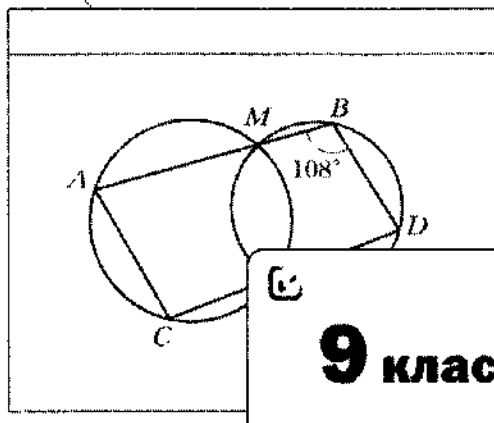


Российский
учебник

А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
Е.М. Рабинович
М.С. Якир

Геометрия

Дидактические материалы



9 класс



Пособие для учащихся
общеобразовательных организаций

3-е издание, стереотипное



Москва
Издательский центр
«Вентана-Граф»
2020

УДК 373.167.1:514

ББК 22.151я72

М52

Мерзляк, А.Г.

М52 Геометрия : 9 класс : дидактические материалы : пособие для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др. — 3-е изд., стереотип. — М. : Вентана-Граф, 2020. — 112 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-11546-5

Дидактические материалы содержат упражнения для самостоятельных и контрольных работ. Они используются в комплекте с учебником «Геометрия. 9 класс» (авторы А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир).

Соответствуют Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:514

ББК 22.151я72

ISBN 978-5-360-11546-5

© Мерзляк А.Г., Полонский В.Б.,
Рабинович Е.М., Якир М.С., 2015

© Издательский центр «Вентана-Граф»,
2015

Данное пособие вместе с учебником входят в учебно-методический комплект «Геометрия. 9 класс» авторов А.Г. Мерзляка и др.

Раздел «Упражнения» состоит из трёх однотипных вариантов по 306 задач в каждом (задачи, имеющие одинаковые номера, являются однотипными). Этот материал в первую очередь предназначен для самостоятельных проверочных работ. Наличие к каждому типу задач ещё двух аналогичных заданий (по вариантам) позволяет также использовать этот материал для отработки навыков решения основных типов задач.

Раздел «Контрольные работы» содержит примерные контрольные работы.

Упражнения

Вариант 1

Тригонометрические функции угла от 0° до 180°

1. Чему равен:
1) $\sin(180^\circ - \alpha)$, если $\sin \alpha = \frac{1}{4}$;
2) $\cos(180^\circ - \alpha)$, если $\cos \alpha = -0,1$;
3) $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$, если $\operatorname{tg} \alpha = 8$;
4) $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha)$, если $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{2}{7}$?
2. Найдите значение выражения:
1) $3\sin 0^\circ + 4\cos 180^\circ$; 3) $\cos^2 110^\circ + \sin^2 110^\circ$;
2) $5\sin 90^\circ - 7\operatorname{ctg} 90^\circ$; 4) $\cos^2 40^\circ + \sin^2 140^\circ$.
3. Найдите:
1) α , если $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ и $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$;
2) $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{3}$;
3) $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{9}$.
4. Сравните с нулём значение выражения:
1) $\sin 115^\circ \operatorname{ctg} 160^\circ$; 2) $\sin 52^\circ \cos 90^\circ \operatorname{tg} 106^\circ$.
5. Найдите значение выражения:
1) $\sin 120^\circ \cos 150^\circ \operatorname{tg} 135^\circ$;
2) $2\cos^2 135^\circ + 6\sin 150^\circ - 4\operatorname{ctg} 90^\circ \cos 141^\circ$.
6. Найдите значение выражения, не пользуясь таблицей и калькулятором:
1) $\frac{\sin 34^\circ}{\sin 146^\circ} + \frac{\operatorname{tg} 98^\circ}{\operatorname{tg} 82^\circ}$; 2) $\frac{\cos 118^\circ}{\cos 62^\circ} - \frac{\operatorname{ctg} 27^\circ}{\operatorname{ctg} 153^\circ}$.

Теорема косинусов

7. Найдите сторону AC треугольника ABC , если:
1) $AB = 4$ см, $BC = 7$ см, $\angle B = 60^\circ$;
2) $AB = 5\sqrt{2}$ см, $BC = 4$ см, $\angle B = 135^\circ$.

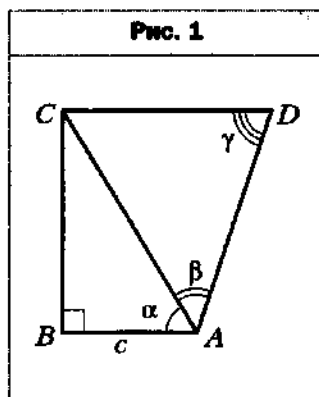
8. Найдите косинус большего угла треугольника, стороны которого равны 5 см, 8 см и 11 см.
9. Определите, остроугольным, прямоугольным или тупоугольным является треугольник, стороны которого равны:
1) 3 см, 4 см и 6 см; 3) 16 см, 30 см и 34 см.
2) 5 см, 6 см и 7 см;
10. Стороны параллелограмма равны 8 см и 10 см, а один из углов равен 60° . Найдите диагонали параллелограмма.
11. Две стороны треугольника равны 6 см и 9 см, а синус угла между ними равен $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. Найдите третью сторону треугольника.
12. Центр окружности, вписанной в треугольник ABC , удалён на 2 см и на 5 см от вершин B и C соответственно. Найдите сторону BC , если $\angle A = 60^\circ$.
13. На сторонах AB и AC прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) отмечены соответственно такие точки D и E , что $BD = 2$ см, $CE = 1$ см. Найдите отрезок DE , если $AC = 4$ см, $BC = 2\sqrt{5}$ см.
14. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены соответственно такие точки D и E , что $AD = 3$ см, $EC = 6$ см. Найдите отрезок DE , если $AB = 8$ см, $BC = 12$ см, $AC = 10$ см.
15. Две стороны треугольника относятся как 3 : 5, а угол между ними равен 120° . Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 45 см.
16. Две стороны треугольника равны 5 см и 7 см, а угол, противолежащий большей из них, — 120° . Найдите третью сторону треугольника.
17. Для сторон a , b и c треугольника выполняется равенство $c^2 = a^2 + b^2 + ab\sqrt{3}$. Докажите, что угол, противолежащий стороне c , равен 150° .
18. Стороны параллелограмма равны 14 см и 22 см, а его диагонали относятся как 6 : 7. Найдите диагонали параллелограмма.
19. Одна из сторон параллелограмма на 5 см больше другой, а его диагонали равны 17 см и 19 см. Найдите стороны параллелограмма.

20. В четырёхугольнике $ABCD$ $AB = BC = 10$ см, $CD = 9$ см, $AD = 21$ см. Найдите диагональ BD , если около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.
21. В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) $AB = 8$ см, $BC = 5$ см, $CD = 10$ см, $AD = 12$ см. Найдите косинус угла A трапеции.
22. Стороны треугольника равны 9 см, 15 см и 16 см. Найдите биссектрису треугольника, проведённую из вершины его наибольшего угла.
23. Стороны треугольника равны 5 см, 9 см и 10 см. Найдите медиану треугольника, проведённую к его средней по длине стороне.
24. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 8 см, а медиана, проведённая к ней, — 6 см. Найдите основание треугольника.
25. Стороны треугольника равны $4\sqrt{2}$ см и 3 см, а угол между ними — 135° . Найдите медиану треугольника, проведённую к его третьей стороне.
26. В треугольнике ABC $AB = 7$ см, $BC = 9$ см. Найдите сторону AC и медиану BM , если $BM : AC = 2 : 7$.
27. Сторона треугольника равна 42 см, а медианы, проведённые к двум другим сторонам, — 30 см и 60 см. Найдите третью медиану треугольника.

Теорема синусов

28. В треугольнике ABC $BC = 5\sqrt{3}$ см, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$. Найдите сторону AC .
29. В треугольнике ABC $AB = 3\sqrt{2}$ см, $\angle A = 15^\circ$, $\angle C = 135^\circ$. Найдите сторону AC .
30. Найдите угол C треугольника ABC , если:
 - 1) $AC = 6$ см, $AB = 3\sqrt{2}$ см, $\angle B = 45^\circ$;
 - 2) $AB = 4\sqrt{6}$ см, $BC = 8$ см, $\angle A = 45^\circ$.
 Сколько решений в каждом случае имеет задача?
31. В треугольнике ABC $AB = 13$ см, $BC = 8$ см. Может ли $\sin A$ быть равным $\frac{2}{3}$?

32. В треугольнике ABC $AB = 6$ см, $\angle C = 30^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .
33. Сторона треугольника равна 16 см, а радиус окружности, описанной около треугольника, — $8\sqrt{2}$ см. Чему равен угол треугольника, противолежащий данной стороне?
34. Две стороны треугольника равны $3\sqrt{2}$ см и 4 см. Найдите третью сторону треугольника, если она относится к радиусу описанной окружности как $\sqrt{2} : 1$.
35. В треугольнике ABC $\angle A = 54^\circ$, $\angle B = 66^\circ$, отрезок AK — высота треугольника. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABK , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен $4\sqrt{3}$ см.
36. В треугольнике ABC $BC = a$, $\angle B = \beta$, $\angle C = \gamma$. Найдите стороны AC и AB .
37. На рисунке 1 $AB = c$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle BAC = \alpha$, $\angle CAD = \beta$, $\angle D = \gamma$. Найдите отрезок AD .
38. В равнобедренном треугольнике угол при вершине равен α , а биссектриса угла при основании равна m . Найдите стороны треугольника.
39. В треугольнике ABC провели биссектрису BD . Найдите стороны треугольника ABC , если $BD = m$, $\angle A = \alpha$, $\angle C = \gamma$.
40. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если радиус окружности, описанной около треугольника AHB , равен 9 см.
41. Найдите радиус окружности, описанной около равнобедренного треугольника с основанием 12 см и боковой стороной 10 см.
42. Основания равнобокой трапеции равны 5 см и 21 см, а боковая сторона — 17 см. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции.



43. Диагонали равнобокой трапеции перпендикулярны. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции, если её боковая сторона равна $5\sqrt{2}$ см.
44. В равнобокой трапеции диагональ является биссектрисой острого угла, а основания относятся как 5 : 11. Найдите диагональ трапеции, если радиус окружности, описанной около трапеции, равен 6 см.
45. На стороне AB треугольника ABC отметили точку D . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ADC , если радиус окружности, описанной около треугольника BDC , равен 12 см, $AC = 6$ см, $BC = 8$ см.

Решение треугольников

46. Найдите неизвестные стороны и углы треугольника ABC , если:
- 1) $AC = 8$ см, $\angle B = 48^\circ$, $\angle C = 56^\circ$;
 - 2) $AB = 4$ см, $BC = 5$ см, $\angle B = 110^\circ$;
 - 3) $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $AC = 6$ см;
 - 4) $AB = 4$ см, $BC = 6$ см, $\angle A = 100^\circ$;
 - 5) $AB = 8$ см, $BC = 9$ см, $\angle A = 40^\circ$;
 - 6) $AB = 6$ см, $BC = 5$ см, $\angle A = 20^\circ$;
 - 7) $AB = 6$ см, $BC = 3$ см, $\angle A = 40^\circ$.
47. В треугольнике ABC $AB = BC = 6$ см, $\angle B = 40^\circ$. Найдите: 1) сторону AC ; 2) высоту AD ; 3) медиану AM ; 4) биссектрису BK ; 5) радиус описанной окружности треугольника ABC ; 6) радиус вписанной окружности треугольника ABC .
48. Диагональ равнобокой трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) равна 4 см, $\angle CDB = 36^\circ$, $\angle BDA = 48^\circ$. Найдите: 1) стороны трапеции; 2) радиус окружности, описанной около треугольника BCD .
49. Большая сторона треугольника равна 6 см, а вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, градусные меры которых относятся как 1 : 4 : 7. Найдите неизвестные стороны треугольника.

50. Меньшая сторона треугольника равна 4 см. В треугольник вписана окружность, которая делится точками касания со сторонами на дуги, градусные меры которых относятся как 3 : 8 : 9. Найдите неизвестные стороны треугольника.

Формулы для нахождения площади треугольника

51. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 4 см и 7 см, а угол между ними равен: 1) 30° ; 2) 120° .
52. Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны 8 см и 14 см, а угол между ними — 150° .
53. Стороны параллелограмма равны 6 см и 8 см. Может ли его площадь быть равной 49 см^2 ?
54. Найдите площадь ромба, сторона которого равна $7\sqrt{2}$ см, а один из углов — 135° .
55. Две стороны треугольника равны 4 см и 8 см. Может ли его площадь быть равной: 1) 12 см^2 ; 2) 18 см^2 ?
56. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 120° , а его площадь — $150\sqrt{3} \text{ см}^2$. Найдите боковую сторону треугольника.
57. Отрезки AB и CD пересекаются в точке O (рис. 2), $AO = OB$, $CO = 3$ см, $OD = 5$ см. Найдите отношение площадей треугольников AOC и DOB .
58. На сторонах угла A отложены отрезки $AB = 4$ см, $BC = 5$ см, $AD = 6$ см и $DE = 2$ см (рис. 3). Найдите отношение площадей треугольника ABD и четырёхугольника $BCED$.

Рис. 2

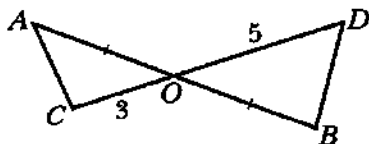
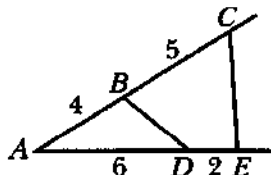


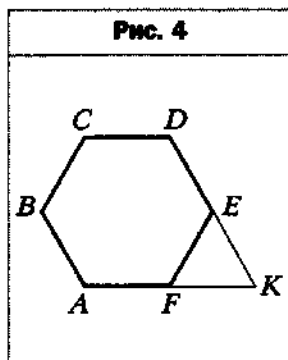
Рис. 3



59. Найдите площадь треугольника со сторонами 3 см, 25 см и 26 см.
60. Три окружности, радиусы которых равны 12 см, 14 см и 16 см, попарно касаются друг друга внешним образом. Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются центры этих окружностей.
61. Стороны треугольника равны 9 см, 10 см и 17 см. Найдите наименьшую высоту треугольника, радиусы вписанной в него и описанной около него окружностей.
62. В треугольник со сторонами 26 см, 15 см и 37 см вписана окружность, центр которой соединён с вершинами треугольника. Найдите площади трёх образовавшихся треугольников.
63. Биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки длиной 5 см и 6 см. Меньшая из двух других сторон равна 15 см. Найдите площадь треугольника.
64. Углы ромба относятся как 1 : 3, а его сторона равна 8 см. Найдите площадь ромба.
65. Площадь прямоугольника равна $16\sqrt{3}$ см², а угол между его диагоналями — 60° . Найдите стороны прямоугольника.
66. Диагонали четырёхугольника равны 4 см и 8 см, а угол между ними — 30° . Найдите площадь четырёхугольника.
67. Диагонали четырёхугольника равны 5 см и 8 см, а его площадь — $10\sqrt{3}$ см². Найдите угол между диагоналями четырёхугольника.
68. Катет равнобедренного прямоугольного треугольника равен 4 см. На сторонах треугольника во внешнюю сторону построены квадраты. Найдите площадь шестиугольника, вершинами которого являются вершины квадратов, не принадлежащих данному треугольнику.
69. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке M . Площади треугольников AMB , BMC и CMD соответственно равны 6 см², 4 см² и 8 см². Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.
70. В окружность вписан четырёхугольник, стороны которого последовательно равны 3 см, 5 см, 8 см и 10 см. Найдите площадь четырёхугольника.

Правильные многоугольники и их свойства

71. Найдите углы правильного пятиугольника.
72. Найдите количество сторон правильного многоугольника, если:
1) его угол равен 168° ; 2) угол, смежный с углом многоугольника, равен 18° .
73. На рисунке 4 изображён правильный шестиугольник $ABCDEF$, K — точка пересечения прямых DE и AF . Найдите угол AKD .
74. Определите количество сторон правильного многоугольника, если угол, смежный с углом многоугольника, составляет $\frac{2}{3}$ угла многоугольника.
75. Найдите центральный угол правильного тридцатиугольника.
76. Центральный угол правильного многоугольника равен 15° . Найдите количество сторон многоугольника.
77. Пусть a_3 — сторона правильного треугольника, R и r — соответственно радиусы описанной около него и вписанной в него окружностей. Заполните таблицу (размеры даны в сантиметрах).



a_3	R	r
$9\sqrt{3}$		
	$2\sqrt{3}$	
		4

78. Найдите радиусы описанной около правильного треугольника и вписанной в него окружностей, если их разность равна 8 см.
79. Найдите отношение площадей правильных треугольника и четырехугольника, стороны которых равны.

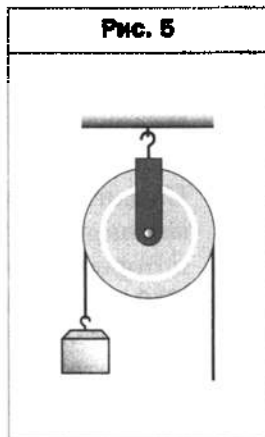
80. Найдите площадь правильного двенадцатиугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 4 см.
81. Отрезки AB , BC и CD — три последовательные стороны правильного многоугольника. Продолжения сторон AB и CD пересекаются в точке M , $\angle BMC = 140^\circ$. Найдите количество сторон данного правильного многоугольника.
82. Высота правильного треугольника равна 12 см. Чему равен радиус: 1) описанной около него окружности; 2) вписанной в него окружности?
83. Около квадрата со стороной $5\sqrt{2}$ см описана окружность. Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около этой окружности.
84. Радиус окружности, описанной около правильного многоугольника, равен 8 см, а радиус окружности, вписанной в него, — $4\sqrt{3}$ см. Найдите сторону многоугольника и количество его сторон.
85. В окружность радиуса 6 см вписан правильный треугольник. В этот треугольник вписана окружность, а в окружность — квадрат. Найдите сторону квадрата.
86. Около квадрата со стороной a описана окружность, около этой окружности описан правильный шестиугольник. Найдите радиус окружности, описанной около шестиугольника.
87. В окружность радиуса $4\sqrt{3}$ см вписан правильный треугольник. На его высоте как на стороне построен другой правильный треугольник, и в него вписана окружность. Найдите радиус этой окружности.
88. Сторона правильного восьмиугольника $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ равна 6 см. Найдите диагонали A_1A_3 , A_1A_4 и A_1A_5 .
89. Найдите сторону правильного шестиугольника $ABCDEF$, если его диагональ AC равна 12 см.
90. Сторона правильного двенадцатиугольника равна 6 см. Его стороны, взятые через одну, продлили до пересечения так, что образовался правильный шестиугольник. Найдите сторону этого шестиугольника.

Длина окружности. Площадь круга

91. Найдите длину окружности, радиус которой равен 4 см.
92. Найдите площадь круга, радиус которого равен: 1) 3 см;
2) $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ см.
93. Чему равен радиус окружности, длина которой равна π см?
94. Найдите радиус круга, площадь которого равна 4π см².
95. Радиус окружности увеличили: 1) в 5 раз; 2) на 5 см. Как при этом изменилась длина окружности?
96. Радиус круга уменьшили в 3 раза. Как при этом изменилась площадь круга?
97. Площади двух кругов относятся как 4 : 9. Чему равно отношение их радиусов?
98. Найдите площадь круга, длина окружности которого равна 8π см.
99. Найдите площадь кольца, расположенного между двумя окружностями, имеющими общий центр, радиусы которых равны 4 см и 6 см.
100. Найдите длину окружности и площадь круга, описанных около правильного треугольника со стороной 9 см.
101. Найдите отношение площадей вписанного в правильный шестиугольник и описанного около него кругов.
102. Найдите площадь круга, описанного около равнобедренного треугольника с боковой стороной 4 см и углом 30° при основании.
103. Найдите площадь круга, вписанного в равнобедренный треугольник, основание которого равно 10 см, а боковая сторона — 13 см.
104. Стороны треугольника равны 13 см, 14 см и 15 см. Найдите площади описанного около него и вписанного в него кругов.
105. Площадь круга, вписанного в равнобокую трапецию, равна 12π см², а угол трапеции равен 60°. Найдите площадь трапеции.
106. Постройте окружность, длина которой равна сумме длин трёх данных окружностей.

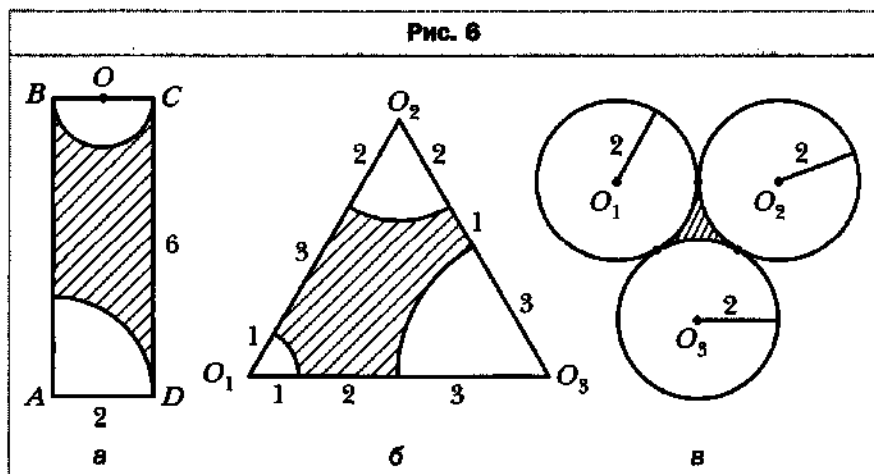
- 107.** В полукруг вписан прямоугольный треугольник, гипотенуза которого совпадает с диаметром полукруга, а катеты равны 8 см и $8\sqrt{3}$ см. Найдите площадь части полукруга, расположенной вне треугольника.
- 108.** Два круга имеют общую хорду. Найдите отношение площадей этих кругов, если из центра первого круга эта хорда видна под углом 60° , а из центра второго — под углом 120° .
- 109.** Стороны треугольника равны 13 см, 20 см и 21 см. В треугольник вписан полукруг, центр которого лежит на средней по длине стороне треугольника. Найдите площадь полукруга.
- 110.** Груз поднимают с помощью блока (рис. 5). На сколько метров поднимется груз за 6 оборотов блока, если радиус блока равен 6 см? Ответ округлите до десятых.
- 111.** На катушку, радиус которой равен 1,5 см, намотано 40 см нитки. Сколько сделано полных витков?
- 112.** Диаметр колеса электровоза равен 2 м. Найдите скорость электровоза в километрах в час, если колесо за одну минуту делает 100 оборотов. Ответ округлите до единиц.
- 113.** Радиус окружности равен 6 см. Найдите длину дуги окружности, градусная мера которой равна: 1) 25° ; 2) 330° .
- 114.** Длина дуги окружности равна 15π см, а её градусная мера — 18° . Найдите радиус окружности.
- 115.** Длина дуги окружности равна 2π см. Найдите градусную меру этой дуги, если радиус окружности равен 30 см.
- 116.** Начертите окружность радиусом 6 см. Отметьте на ней точки A и B так, чтобы длина дуги AB была равной 4π см.
- 117.** Длина первой окружности, радиус которой 10 см, равна длине дуги второй окружности, градусная мера которой 150° . Найдите радиус второй окружности.

Рис. 5



118. На катете BC прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) как на диаметре построена полуокружность, которая пересекает гипотенузу. Найдите длину дуги этой полуокружности, расположенной вне треугольника, если $\angle B = 36^\circ$, $BC = 6$ см.
119. В треугольнике ABC $AB = 8$ см, $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$. Окружность с центром A касается стороны BC . Найдите длину дуги этой окружности, принадлежащей треугольнику.
120. Радиус круга равен 5 см. Найдите площадь сектора, если градусная мера его дуги равна 150° .
121. Какую часть площади круга составляет площадь сектора, если соответствующий сектору центральный угол равен 300° ?
122. Площадь сектора составляет $\frac{3}{8}$ площади круга. Найдите центральный угол, соответствующий данному сектору.
123. Найдите радиус круга, если площадь сектора этого круга равна $7,5\pi$ см², а центральный угол, соответствующий этому сектору, — 108° .
124. Найдите площадь круга, вписанного в сектор круга радиуса 3 см с хордой 2 см.
125. Найдите площадь заштрихованной фигуры, изображённой на рисунке 6 (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 6



- 126.** Высота правильного треугольника равна $3\sqrt{3}$ см. На стороне этого треугольника как на диаметре построен полукруг, лежащий в той же полуплоскости, что и треугольник. Определите площадь части треугольника, находящейся вне полукруга.
- 127.** Найдите площадь кругового сегмента, если радиус круга равен 10 см, а градусная мера дуги сегмента равна: 1) 135° ; 2) 210° .
- 128.** Найдите площадь кругового сегмента, если его основание равно 4 см, а градусная мера дуги сегмента равна: 1) 45° ; 2) 300° .
- 129.** Радиус круга равен 4 см. В нём проведена хорда, равная стороне правильного треугольника, вписанного в этот круг. Найдите площадь большего из сегментов, основанием которых является эта хорда.
- 130.** Радиус круга равен 2 см. По разные стороны от центра круга проведены параллельные хорды, равные соответственно сторонам правильного четырёхугольника и правильного шестиугольника, вписанных в этот круг. Найдите площадь части круга, находящейся между хордами.

Расстояние между двумя точками с заданными координатами.

Координаты середины отрезка

- 131.** Найдите расстояние между точками A и B , если:
1) $A(2; 4)$, $B(5; 8)$; 2) $A(-3; 1)$, $B(4; 1)$.
- 132.** Докажите, что точки $A(-2; -3)$, $B(2; 1)$ и $C(7; 6)$ лежат на одной прямой. Какая из точек лежит между двумя другими?
- 133.** Вершинами треугольника являются точки $A(-2; 1)$, $B(-1; 5)$ и $C(-6; 2)$. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.
- 134.** Найдите координаты середины отрезка MN , если:
1) $M(4; 3)$, $N(6; 1)$; 2) $M(-4; -5)$, $N(-1; 4)$.
- 135.** Точка C — середина отрезка AB . Найдите координаты точки B , если $A(-3; 8)$, $C(-5; 4)$.

136. Точки $C_1(2; -3)$ и $A_1(-4; 1)$ — середины сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Вершина A имеет координаты $(5; 6)$. Найдите координаты вершин B и C .
137. В треугольнике ABC $A(3; -1)$, $B(-5; 7)$, $C(1; 5)$. Найдите среднюю линию KP треугольника ABC , где точки K и P — середины сторон AB и BC соответственно.
138. Расстояние между точками $A(x; 3)$ и $B(1; -5)$ равно 10. Найдите x .
139. На оси абсцисс найдите точку, равноудалённую от точек $A(3; -2)$ и $B(1; 2)$.
140. На прямой, содержащей биссектрисы первого и третьего координатных углов, найдите точку, равноудалённую от точек $A(1; 3)$ и $B(3; 5)$.
141. Найдите координаты точки, делящей отрезок AB в отношении $3 : 1$, считая от точки A , если $A(3; -5)$, $B(-1; 7)$.
142. Четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм, $A(-3; -2)$, $B(5; 3)$, $C(3; -5)$. Найдите координаты вершины D .
143. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(3; -4)$, $B(-6; 1)$, $C(-5; 2)$ и $D(4; -3)$ является параллелограммом.
144. Найдите длину отрезка, концы которого лежат на осях координат, а серединой является точка $M(-4; 3)$.
145. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(-2; 1)$, $B(1; 4)$, $C(5; 0)$ и $D(2; -3)$ является прямоугольником.
146. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(5; -3)$, $C(9; 0)$ и $D(6; 4)$ является квадратом.
147. Найдите координаты вершины A равностороннего треугольника ABC , если известны координаты вершин $B(-2; 0)$ и $C(4; 0)$.
148. Точки $A(-3; 1)$, $B(2; 4)$ и $C(1; -3)$ — середины сторон некоторого треугольника. Найдите координаты его вершин.

Уравнение окружности

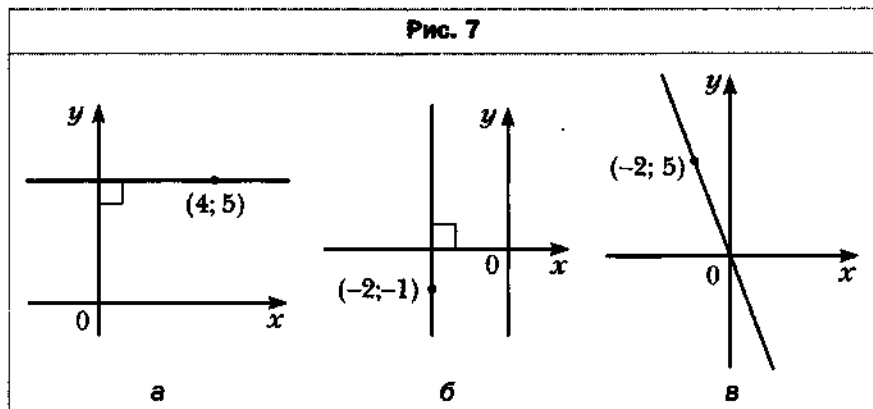
- 149.** Определите по уравнению окружности координаты её центра и радиус:
1) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$; 3) $x^2 + (y + 5)^2 = 25$;
2) $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$; 4) $(x - 2)^2 + y^2 = 14$.
- 150.** Составьте уравнение окружности, если известны координаты её центра K и радиус R :
1) $K(2; 5)$, $R = 2$; 3) $K(0; 5)$, $R = \sqrt{3}$.
2) $K(-4; 0)$, $R = 1$;
- 151.** Составьте уравнение окружности с центром в точке $P(3, -1)$, проходящей через точку $M(-2; -4)$.
- 152.** Составьте уравнение окружности, диаметром которой является отрезок AB , если $A(3; -6)$, $B(-1; 4)$.
- 153.** Составьте уравнение окружности, радиусом которой является отрезок MN , если $M(-3; 1)$, $N(1; 6)$.
- 154.** Составьте уравнение окружности с центром в точке $A(-5; 8)$, которая касается оси ординат.
- 155.** Составьте уравнение окружности, проходящей через точку $D(-8; -2)$, центр которой принадлежит оси ординат, а радиус равен 10.
- 156.** Докажите, что данное уравнение является уравнением окружности, и укажите координаты центра и радиус этой окружности:
1) $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 7 = 0$; 2) $x^2 + y^2 - 8y = 0$.
- 157.** Найдите координаты центра и радиус окружности, заданной уравнением $x^2 - 4x + y^2 + 6y + 9 = 0$. Определите положение точек $A(1; -5)$, $B(4; -3)$ и $C(3; -2)$ относительно этой окружности.

Уравнение прямой

- 158.** Найдите координаты точек пересечения прямой $3x + 7y = 21$ с осями координат. Принадлежит ли этой прямой точка: 1) $K(-7; 6)$; 2) $P(2; 3)$?
- 159.** Составьте уравнение прямой, которая проходит через точку $M(5; -7)$ и параллельна: 1) оси абсцисс; 2) оси ординат.

- 160.** Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1; 4)$ и $B(3; -8)$.
- 161.** Запишите уравнение прямой, изображённой на рисунке 7.

Рис. 7



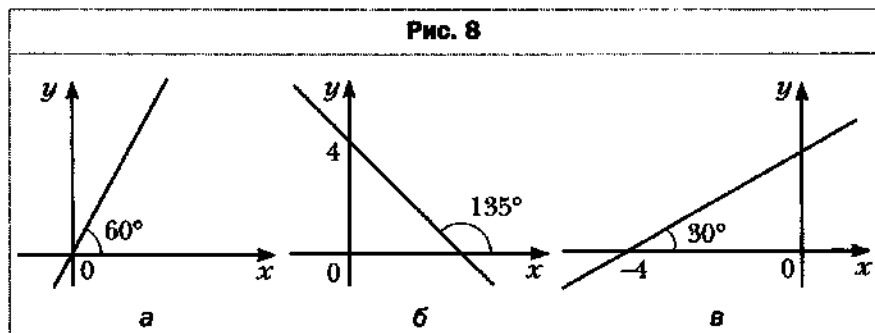
- 162.** Найдите координаты точки пересечения прямых $9x + 5y = 1$ и $2x + 3y = 8$.
- 163.** Точки $A(-4; 1)$, $B(3; 4)$ и $C(-1; -6)$ — вершины треугольника ABC . Составьте уравнение прямой, содержащей медиану AM треугольника ABC .
- 164.** При каком значении a точки $K(5; -4)$, $P(-1; a)$ и $F(3; -9)$ лежат на одной прямой?
- 165.** Докажите, что окружность $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 17$ и прямая $x - y = 8$ пересекаются, и найдите координаты точек их пересечения.
- 166.** Найдите расстояние от начала координат до прямой $2x - y = 4$.
- 167.** Составьте уравнение геометрического места центров окружностей, проходящих через точки $A(2; -3)$ и $B(-6; -1)$.

Угловой коэффициент прямой

- 168.** Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $C(3; -1)$, угловой коэффициент которой равен: 1) -2 ; 2) 0 .

- 169.** Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки:
 1) $A(3; 2)$ и $B(-4; 1)$; 2) $A(5; -7)$ и $B(4; -7)$.
- 170.** Составьте уравнение прямой, которая проходит через точку $K(-2; 5)$ и параллельна прямой $y = 4x - 2$.
- 171.** Составьте уравнение прямой, которая проходит через точку $F(3; -5)$ и образует с положительным направлением оси абсцисс угол: 1) 45° ; 2) 135° .
- 172.** Запишите уравнение прямой, изображённой на рисунке 8.

Рис. 8

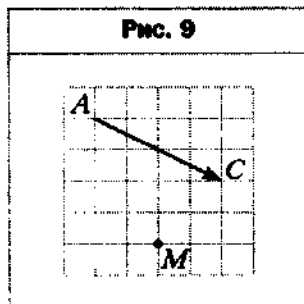


- 173.** Среди данных прямых укажите пары параллельных прямых:
- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1) $3x - 4 = -8$; | 4) $5x - 10y = -7$; |
| 2) $6x - 8y = 9$; | 5) $x - 2y = 1$. |
| 3) $4x - 7y = -6$; | |

Понятие вектора

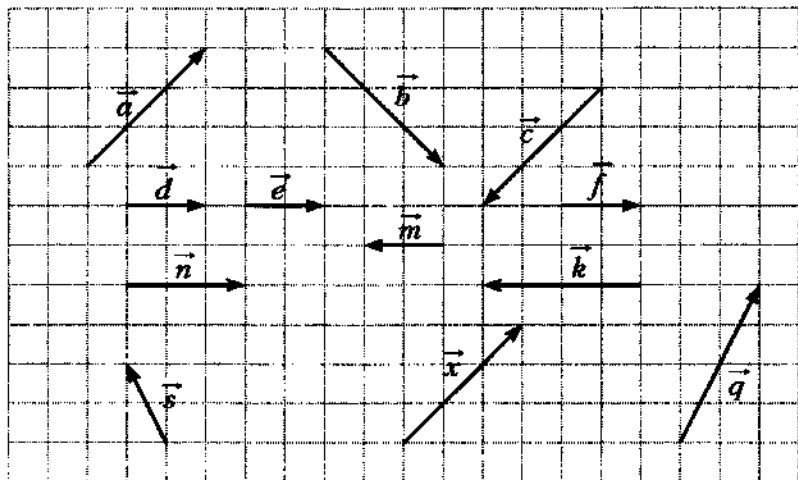
- 174.** На рисунке 9 изображён вектор $\overrightarrow{AC}$. Укажите начало и конец этого вектора. Отложите от точки M вектор, равный вектору $\overrightarrow{AC}$, и вектор, противоположно направленный вектору $\overrightarrow{AC}$, модуль которого равен модулю вектора $\overrightarrow{AC}$.

Рис. 9



175. Какие из векторов, изображённых на рисунке 10: 1) равны; 2) сонаправлены; 3) противоположно направлены; 4) коллинеарны; 5) имеют равные модули?

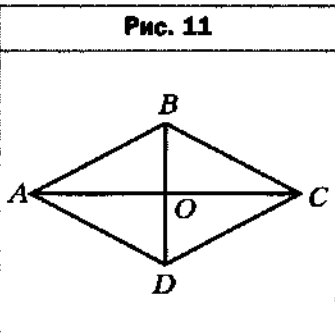
Рис. 10



176. Четырёхугольник $ABCD$ — ромб (рис. 11). Укажите вектор, равный вектору: 1) $\overrightarrow{CD}$; 2) $\overrightarrow{DC}$; 3) $\overrightarrow{BO}$; 4) $\overrightarrow{DO}$.

177. В прямоугольнике $ABCD$ $AB = 5$ см, $BD = 13$ см, O — точка пересечения диагоналей. Найдите: 1) $|\overrightarrow{CD}|$; 2) $|\overrightarrow{AO}|$; 3) $|\overrightarrow{BC}|$.

Рис. 11



Координаты вектора

178. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если:
1) $A(5; -7)$, $B(3; 1)$; 2) $A(-8; 0)$, $B(0; 8)$.
179. Даны точки $A(3; -7)$, $B(x; -5)$, $C(5; 8)$, $D(5; y)$. Найдите x и y , если $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

180. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{DE}$ (рис. 12).

181. От точки $A(4; -3)$ отложен вектор $\vec{m}(-1; 8)$. Найдите координаты конца вектора $\vec{m}$.

182. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(3; -4)$, $B(-2; 7)$, $C(-4; 16)$ и $D(1; 5)$ является параллелограммом.

183. Даны координаты трёх вершин параллелограмма $ABCD$: $A(3; -2)$, $B(-4; 1)$, $C(-2; -3)$. Найдите координаты вершины D .

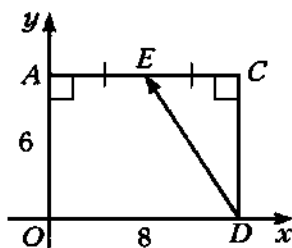
184. Среди векторов $\vec{a}(3; -4)$, $\vec{b}(-4; 2)$, $\vec{c}(3; \sqrt{11})$, $\vec{d}(-2; -4)$, $\vec{e}(-1; -2\sqrt{6})$, $\vec{f}(-4; 5)$ найдите те, которые имеют равные модули.

185. Модуль вектора $\vec{m}(-5; y)$ равен 13. Найдите y .

186. Модуль вектора $\vec{c}$ равен 2, а его координаты равны. Найдите координаты вектора $\vec{c}$.

187. Модуль вектора $\vec{m}(x; y)$ равен $\sqrt{5}$, а координата x этого вектора больше координаты y на 1. Найдите координаты вектора $\vec{m}$.

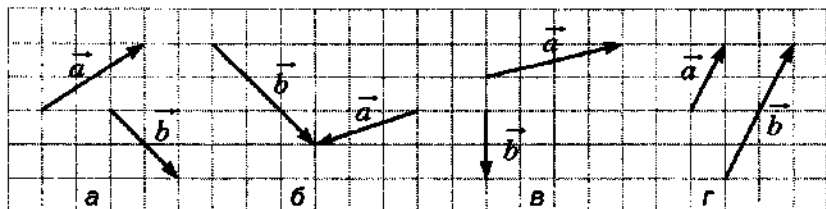
Рис. 12



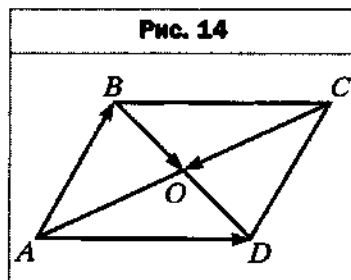
Сложение и вычитание векторов

188. С помощью правила треугольника постройте сумму векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, изображённых на рисунке 13.

Рис. 13

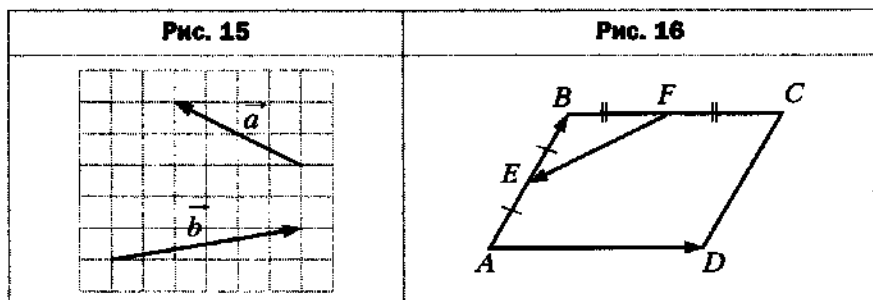


189. С помощью правила параллелограмма постройте сумму векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, изображённых на рисунке 13.
190. Для векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, изображённых на рисунке 13, постройте вектор $\vec{a} - \vec{b}$.
191. Четырёхугольник $ABCD$ — прямоугольник, O — точка пересечения его диагоналей. Среди данных пар векторов укажите пары противоположных векторов:
- 1) $\vec{AB}$ и $\vec{DC}$;
 - 2) $\vec{BC}$ и $\vec{DA}$;
 - 3) $\vec{AO}$ и $\vec{CO}$;
 - 4) $\vec{BO}$ и $\vec{OD}$;
 - 5) $\vec{AB}$ и $\vec{BA}$;
 - 6) $\vec{AD}$ и $\vec{CD}$.
192. Четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм. Найдите:
- 1) $\vec{AB} - \vec{DC} + \vec{BC}$;
 - 2) $\vec{AB} - \vec{AC} + \vec{AD}$;
 - 3) $\vec{AD} + \vec{AB} - \vec{BD} - \vec{DC}$.
193. Может ли быть нулевым вектором сумма трёх векторов, модули которых равны:
- 1) 2; 3; 6;
 - 2) 4; 5; 9;
 - 3) 5; 8; 12?
194. Даны векторы $\vec{a}(4; -5)$ и $\vec{b}(-1; 7)$. Найдите:
- 1) $\vec{a} + \vec{b}$;
 - 2) $\vec{a} - \vec{b}$;
 - 3) $|\vec{a} + \vec{b}|$;
 - 4) $|\vec{a} - \vec{b}|$.
195. Даны точки $A(4; 1)$ и $B(-2; -3)$. Найдите координаты точки C такой, что $\vec{CA} + \vec{CB} = \vec{0}$.
196. Найдите координаты векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$, если их сумма имеет координаты $(5; -2)$, а разность — $(7; 5)$.
197. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O (рис. 14). Выразите векторы $\vec{AB}$ и $\vec{AD}$ через векторы $\vec{CO} = \vec{a}$ и $\vec{BO} = \vec{b}$.
198. Даны векторы $\vec{a}(3; -4)$, $\vec{b}(-2; 7)$, $\vec{c}(-6; y)$. Найдите наименьшее значение модуля вектора $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
199. Найдите геометрическое место точек $C(x; y)$ координатной плоскости таких, что для точек $A(-3; 2)$ и $B(1; 5)$ выполняется равенство $|\vec{BC}| = |\vec{AB}|$.



Умножение вектора на число

200. Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 15). Постройте вектор:
 1) $2\vec{a}$; 2) $-\frac{2}{3}\vec{b}$; 3) $\frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a}$.
201. Постройте два неколлинеарных вектора $\vec{m}$ и $\vec{n}$. Отметьте произвольную точку и отложите от неё вектор:
 1) $3\vec{m} - 2\vec{n}$; 2) $\frac{1}{4}\vec{m} + \frac{2}{5}\vec{n}$.
202. $|\vec{a}| = 3$. Чему равен модуль вектора: 1) $4\vec{a}$; 2) $-0,7\vec{a}$?
203. Найдите модуль вектора $\vec{m} = -3\vec{p}$, где $\vec{p}(4; -3)$.
204. Даны векторы $\vec{a}(2; -3)$ и $\vec{b}(4; -5)$. Найдите координаты вектора:
 1) $2\vec{a} + \vec{b}$; 2) $3\vec{b} - 4\vec{a}$.
205. Найдите модуль вектора $\vec{n} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$, где $\vec{a}(1; -2)$; $\vec{b}(-1; 3)$.
206. Точки E и F — середины сторон AB и BC параллелограмма $ABCD$ (рис. 16). Выразите вектор $\vec{FE}$ через векторы $\vec{AB} = \vec{a}$ и $\vec{AD} = \vec{b}$.



207. Точки K и P — середины сторон AB и BC трапеции $ABCD$ (рис. 17). Выразите вектор $\vec{KP}$ через векторы $\vec{AD} = \vec{a}$ и $\vec{CD} = \vec{b}$.
208. O — точка пересечения диагоналей выпуклого четырёхугольника $ABCD$, $AO : OC = 5 : 7$, $BO : OD = 3 : 4$. Выразите векторы $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$ и $\vec{DA}$ через векторы $\vec{OA} = \vec{a}$ и $\vec{OB} = \vec{b}$.

209. На сторонах AC и BC треугольника ABC отмечены такие точки D и E соответственно, что $AD : DC = 3 : 2$, $BE : EC = 1 : 3$. Выразите векторы $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AE}$ и $\overrightarrow{BD}$ через векторы $\overrightarrow{BE} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.
210. На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки M и N , причём $BM = \frac{1}{3}BC$, $CN = \frac{4}{5}CD$ (рис. 18). Выразите векторы $\overrightarrow{AM}$ и $\overrightarrow{AN}$ через векторы $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

Рис. 17

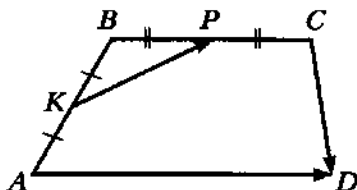
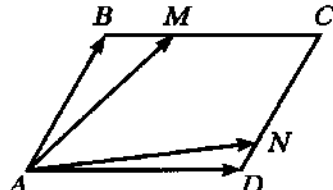


Рис. 18



211. Коллинеарны ли векторы $\overrightarrow{MN}$ и $\overrightarrow{KP}$, если $M(3; -2)$, $N(-7; 4)$, $K(6; -3)$, $P(1; 0)$?
212. Среди векторов $\vec{a}(3; -2)$, $\vec{b}(-9; 6)$, $\vec{c}(6; -4)$, $\vec{d}(-27; 18)$ укажите пары: 1) сонаправленных векторов; 2) противоположно направленных векторов.
213. Даны вектор $\vec{a}(5; -4)$ и точка $K(-3; 7)$. Найдите координаты такой точки P , чтобы векторы $\vec{a}$ и $\overrightarrow{KP}$ были противоположными.
214. Найдите значение k , при котором векторы $\vec{m}(-2; k)$ и $\vec{n}(3; 6)$ коллинеарны.
215. Найдите координаты вектора, модуль которого равен 1 и который сонаправлен с вектором:
1) $\vec{a}(-5; 12)$; 2) $\vec{c}(m; n)$.
216. Найдите координаты вектора $\vec{b}$, коллинеарного вектору $\vec{a}(-6; 8)$, если $|\vec{b}| = 40$.

217. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(-4; -5)$, $B(-3; 2)$, $C(3; 4)$ и $D(8; -1)$ является трапецией.
218. Лежат ли точки $A(4; 2)$, $B(5; 6)$ и $C(7; 14)$ на одной прямой?
219. O — точка пересечения диагоналей трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$), $BC = 3$, $AD = 7$. Найдите такое число x , что:
 1) $\overrightarrow{OC} = x \cdot \overrightarrow{AC}$; 2) $\overrightarrow{OB} = x \cdot \overrightarrow{OD}$.
220. Даны векторы $\vec{a}(3; -4)$, $\vec{b}(2; 3)$ и $\vec{m}(8; -5)$. Найдите такие числа x и y , что $\vec{m} = x\vec{a} + y\vec{b}$.

Скалярное произведение векторов

221. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если:
 1) $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$;
 2) $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 7$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$;
 3) $|\vec{a}| = 9$, $|\vec{b}| = 8$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.
222. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 120° , $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 6$. Найдите:
 1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; 2) $(2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot \vec{a}$.
223. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 30° , $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$. Найдите скалярное произведение $(\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{a} + \vec{b})$.
224. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если:
 1) $\vec{a}(3; 4)$, $\vec{b}(5; 2)$; 2) $\vec{a}(4; -3)$, $\vec{b}(-6; 1)$.
225. Даны векторы $\vec{a}(3; -2)$ и $\vec{b}(x; 4)$. При каком значении x выполняется равенство $\vec{a} \cdot \vec{b} = 15$?
226. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}(-2; 3)$ и $\vec{b}(3; -4)$.
227. Медианы BM и CD правильного треугольника ABC со стороной 18 см пересекаются в точке O . Найдите скалярное произведение векторов:
 1) $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$; 3) $\overrightarrow{BM}$ и $\overrightarrow{AC}$; 5) $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{OM}$;
 2) $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$; 4) $\overrightarrow{OM}$ и $\overrightarrow{OC}$; 6) $\overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{OM}$.

228. Даны векторы $\vec{a}(5; 2)$ и $\vec{b}(-4; y)$. При каком значении y векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны?
229. Даны векторы $\vec{a}(3; -5)$ и $\vec{b}(x; 6)$. При каких значениях x угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$: 1) острый; 2) прямой; 3) тупой?
230. Найдите координаты вектора $\vec{m}$, коллинеарного вектору $\vec{n}(-3; 1)$, если $\vec{m} \cdot \vec{n} = 24$.
231. Найдите координаты вектора, перпендикулярного вектору $\vec{m}(2; 5)$, модуль которого равен модулю вектора $\vec{m}$.
232. Даны векторы $\vec{a}(-2; 3)$ и $\vec{b}(1; -3)$. Найдите значение m , при котором векторы $\vec{a} + m\vec{b}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны.
233. Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$. Найдите:
 1) $|\vec{a} + \vec{b}|$; 2) $|2\vec{a} - 3\vec{b}|$.
234. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} = \vec{m} + 3\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} - \vec{n}$, если $|\vec{m}| = |\vec{n}| = 1$ и $\vec{m} \perp \vec{n}$.
235. Найдите косинусы углов, которые образует вектор $\overrightarrow{AB}$, если $A(-5; 4)$, $B(1; -4)$, с положительными направлениями координатных осей.
236. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами $A(-2; 1)$, $B(2; 5)$, $C(5; 2)$ и $D(1; -2)$ является прямоугольником.
237. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами $A(-2; 3)$, $B(2; 7)$, $C(6; 3)$ и $D(2; -1)$ является квадратом.
238. Каким треугольником, остроугольным, тупоугольным или прямоугольным, является треугольник ABC , если $A(-3; 2)$, $B(5; 3)$, $C(-4; -3)$?
239. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, а векторы $\vec{a} + 2\vec{b}$ и $3\vec{a} + \vec{b}$ перпендикулярны.
240. Найдите геометрическое место точек $K(x; y)$ координатной плоскости таких, что для точек $A(3; -2)$ и $B(5; 4)$ выполняется равенство:
 1) $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$; 2) $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BK} = 4$.

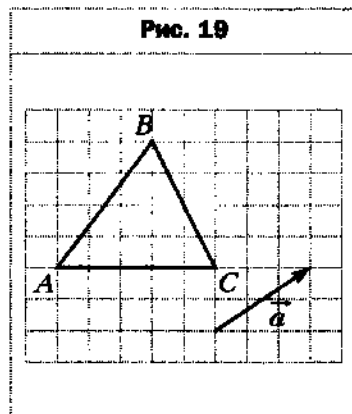
241. Составьте уравнение прямой, которая касается окружности с центром $M(3; -1)$ в точке $E(2; 4)$.
242. Составьте уравнение прямой, содержащей высоту AH треугольника ABC , если $A(4; 5)$, $B(-3; 1)$, $C(-5; -6)$.
243. Точка M — середина стороны AB квадрата $ABCD$. Найдите косинус угла между прямыми AC и DM .

Движение (перемещение) фигуры.

Параллельный перенос

244. Дана равнобокая трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , точка M — середина стороны CD . Существует ли параллельный перенос, при котором: 1) сторона CD является образом стороны AB ; 2) сторона AD является образом стороны BC ; 3) отрезок CM является образом отрезка MD ? В случае утвердительного ответа укажите вектор, на который должен осуществляться параллельный перенос.

245. Постройте образ треугольника ABC при параллельном переносе на вектор $\vec{a}$ (рис. 19).

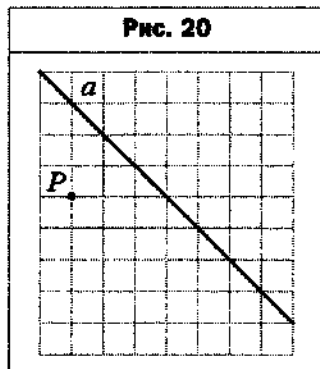


246. Постройте образы точек $A(1; 3)$, $B(0; -4)$ и $C(2; 0)$ при параллельном переносе на вектор $\vec{a}(2; 0)$. Запишите координаты построенных точек.
247. Найдите точки, являющиеся образами точек $A(3; -1)$ и $B(0; 4)$ при параллельном переносе на вектор $\vec{m}(3; -4)$. Образами каких точек при таком параллельном переносе являются точки $M(-2; 1)$ и $N(5; 0)$?
248. Найдите вектор, при параллельном переносе на который образом точки $A(3; 1)$ будет точка $B(-1; 4)$, и вектор, при параллельном переносе на который образом точки B будет точка A .

249. При параллельном переносе образом точки $A(-2; 3)$ является точка $B(-3; 5)$. Какая точка является образом точки $C(4; -3)$ при этом параллельном переносе?
250. Вершинами треугольника ABC являются точки $A(-2; 4)$, $B(3; -2)$ и $C(-1; -3)$. Выполнили параллельный перенос треугольника ABC , при котором образом точки B является точка C . Каковы координаты вершин полученного треугольника? Выполните чертёж.
251. Даны точки $K(-4; 7)$ и $P(8; -1)$. При параллельном переносе образом середины отрезка KP является точка $M(-3; -1)$. Найдите образы точек K и P при таком параллельном переносе.
252. Точки $A(-1; 4)$, $B(5; -2)$ и $C(-6; -1)$ являются вершинами параллелограмма $ABCD$. При параллельном переносе образом точки A является точка $A_1(2; -7)$. Найдите образы точек B , C и D при этом параллельном переносе.
253. Найдите уравнение окружности, являющейся образом окружности $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 14$ при параллельном переносе на вектор $\vec{a}(2; -1)$.
254. Выполнили параллельный перенос прямой $2x + 3y = 6$. Запишите уравнение полученной прямой, если она проходит через точку: 1) $O(0; 0)$; 2) $B(-1; 4)$.

Осевая симметрия

255. Прямая a проходит через середину основания AC равнобедренного треугольника ABC . Можно ли утверждать, что прямая a является осью симметрии треугольника ABC ?
256. Даны прямая a и точка P , не принадлежащая ей (рис. 20). Постройте точку, симметричную точке P относительно прямой a .



257. Постройте образы отрезков AB и CD , изображённых на рисунке 21, при симметрии относительно прямой m .
258. Начертите окружность радиусом 3 см и проведите прямую, не проходящую через её центр. Постройте окружность, симметричную данной относительно этой прямой.
259. Начертите равносторонний треугольник со стороной 3 см, проведите прямую, проходящую через одну из его вершин и не имеющую с треугольником других общих точек. Постройте треугольник, симметричный данному относительно этой прямой.
260. Начертите равносторонний треугольник ABC со стороной 2 см и проведите прямую m , пересекающую стороны AB и BC . Постройте треугольник, симметричный треугольнику ABC относительно прямой m .
261. В каком случае прямая m является осью симметрии отрезка AB ?
262. На рисунке 22 $AB = AD$, $CB = CD$. Докажите, что точки B и D симметричны относительно прямой AC .

Рис. 21

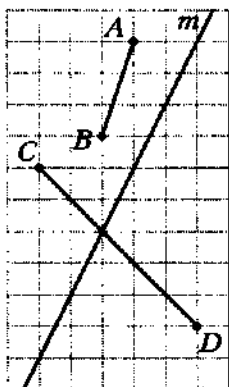
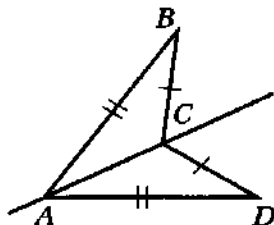


Рис. 22

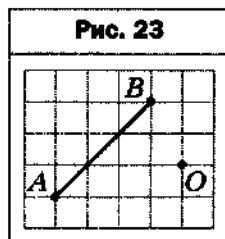


263. Докажите, что если прямая, содержащая диагональ параллелограмма, является его осью симметрии, то этот параллелограмм — ромб.

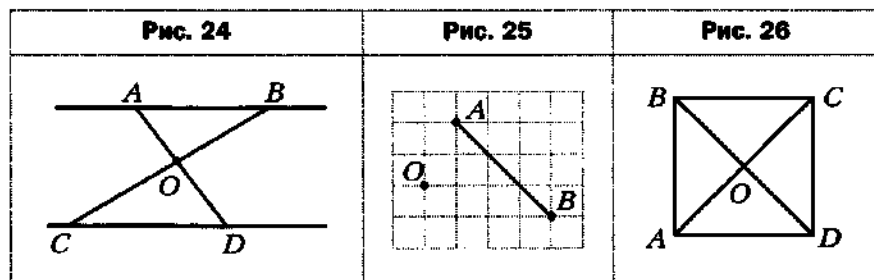
264. Найдите координаты точки, симметричной точке $K(3; -1)$ относительно: 1) оси абсцисс; 2) оси ординат.
265. Точки $A(x; -1)$ и $B(7; y)$ симметричны относительно: 1) оси абсцисс; 2) оси ординат. Найдите x и y .
266. Осями симметрии ромба являются прямые $x = -2$ и $y = 1$. Двумя его соседними вершинами являются точки $A(-2; 3)$ и $B(2; 1)$. Найдите координаты остальных вершин ромба.
267. Найдите координаты точек, симметричных точкам $M(3; -4)$ и $K(4; 0)$ относительно прямой $y = x$.
268. Осями симметрии прямоугольника являются прямые $y = 5$ и $x = 3$. Одна из его вершин имеет координаты $(-2; 3)$. Найдите координаты остальных вершин прямоугольника.
269. Диагонали ромба лежат на координатных осях. Найдите координаты вершин ромба, если середина одной из его сторон имеет координаты $(4; -3)$.

Центральная симметрия. Поворот

270. Отметьте точки M и K . Постройте точку M_1 , симметричную точке M относительно точки K .
271. Даны отрезок AB и точка O (рис. 23). Постройте отрезок, симметричный отрезку AB относительно точки O .
272. Начертите треугольник ABC и отметьте точку M , лежащую вне треугольника. Постройте треугольник, симметричный данному относительно точки M .
273. Начертите угол ABC и отметьте точку O , принадлежащую углу, но не принадлежащую его сторонам. Постройте угол, симметричный углу ABC относительно точки O .
274. Может ли образом прямой при центральной симметрии быть эта же прямая?
275. Найдите координаты точки, симметричной точке $D(-5; -7)$ относительно начала координат.



276. Среди точек $A(3; -4)$, $B(-3; -4)$, $C(-3; 4)$, $D(4; -7)$, $K(-4; 7)$ и $P(3; 4)$ укажите пары точек, симметричных относительно начала координат.
277. Симметричны ли точки $M(-5; 8)$ и $N(-3; 4)$ относительно точки $K(-1; 2)$?
278. Найдите координаты точки, относительно которой симметричны точки $A(-4; 3)$ и $B(2; -7)$.
279. Найдите координаты точки C , симметричной точке $B(-3; 1)$ относительно точки $A(2; -5)$.
280. Точки $A(-4; y)$ и $B(x; 3)$ симметричны относительно точки $K(5; -2)$. Найдите x и y .
281. Запишите уравнение окружности, симметричной окружности $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 11$ относительно:
1) начала координат; 2) точки $M(-4; 2)$.
282. На рисунке 24 прямые AB и CD параллельны. Точки A и D симметричны относительно точки O . Прямая BC проходит через точку O . Докажите, что точки B и C симметричны относительно точки O .
283. Запишите уравнение прямой, симметричной прямой $2x - 5y = -7$ относительно:
1) начала координат; 2) точки $K(-2; 1)$.
284. Отметьте точки K и O . Постройте образ точки K при повороте вокруг центра O : 1) на угол 30° против часовой стрелки; 2) на угол 100° по часовой стрелке.
285. Даны отрезок AB и точка O (рис. 25). Постройте образ отрезка AB при повороте на угол 45° вокруг центра O по часовой стрелке.
286. Точка O — центр квадрата $ABCD$ (рис. 26). Укажите образы точек B , D , O , стороны CD , диагонали AC при

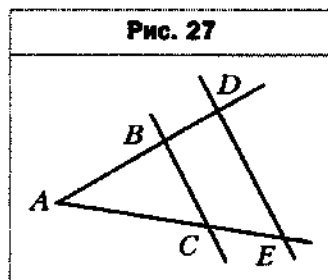


- повороте вокруг точки O против часовой стрелки на угол 90° .
287. Проведите луч OA . Постройте образ этого луча при повороте на угол 80° против часовой стрелки вокруг: 1) точки M , принадлежащей лучу; 2) точки B , не принадлежащей лучу.
288. Постройте точки, являющиеся образами точек $A(4; 0)$, $B(0; -3)$, $C(4; 1)$, $D(-1; -4)$ при повороте на угол 90° по часовой стрелке вокруг начала координат. Укажите координаты полученных точек.
289. Образом точки $A(5; a)$ при повороте на угол 90° против часовой стрелки вокруг начала координат является точка $B(-4; b)$. Найдите a и b .
290. На какой наименьший угол надо повернуть правильный двенадцатиугольник вокруг его центра, чтобы его образом был этот же двенадцатиугольник?

Гомотетия. Подобие фигур

291. Начертите отрезок AB длиной 2 см и отметьте точку O , не принадлежащую этому отрезку. Постройте отрезок, гомотетичный отрезку AB , с центром гомотетии в точке O и коэффициентом гомотетии: 1) $k = 3$; 2) $k = -\frac{1}{4}$.
292. Начертите острый угол и отметьте точку A , принадлежащую этому углу, но не принадлежащую его сторонам. Постройте угол, гомотетичный данному, с центром гомотетии в точке A и коэффициентом гомотетии $k = \frac{1}{2}$.
293. Постройте треугольник, гомотетичный данному треугольнику, с центром гомотетии в точке пересечения его медиан и коэффициентом гомотетии: 1) $k = 2,5$; 2) $k = -1$.
294. Отметьте точки A и B . Найдите такую точку O , чтобы точка B была образом точки A при гомотетии с центром O и коэффициентом гомотетии $k = 2$.
295. Точка $B(-1; 4)$ — образ точки $A(-2; 8)$ при гомотетии с центром в начале координат. Найдите коэффициент гомотетии.

- 296.** Параллельные прямые пересекают стороны угла A в точках B, C, D и E (рис. 27). $AB : BD = 2 : 1$. Укажите коэффициент и центр гомотетии, при которой: 1) отрезок BC является образом отрезка DE ; 2) отрезок DE является образом отрезка BC .



- 297.** Стороны двух правильных треугольников относятся как $5 : 7$. Как относятся их площади?
- 298.** Высота одного равностороннего треугольника равна стороне другого. Как относятся их площади?
- 299.** Стороны двух правильных треугольников относятся как $4 : 7$, а площадь большего из них равна 98 см^2 . Найдите площадь меньшего треугольника.
- 300.** Соответственные стороны двух подобных многоугольников равны 8 см и 12 см . Площадь меньшего многоугольника равна 108 см^2 . Найдите площадь большего многоугольника.
- 301.** Периметры подобных многоугольников относятся как $3 : 8$, а разность их площадей равна 385 см^2 . Найдите площади многоугольников.
- 302.** Площади двух квадратов относятся как $2 : 5$. Сторона большего квадрата равна 10 см . Найдите сторону меньшего квадрата.
- 303.** Сторона BC треугольника ABC равна 6 см . Прямая, параллельная стороне BC , делит треугольник на две равновеликие фигуры. Найдите отрезок этой прямой, содержащийся между сторонами треугольника.
- 304.** Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке E . Найдите площадь трапеции, если $AD : BC = 7 : 5$, а площадь треугольника AED равна 98 см^2 .
- 305.** Точка M делит сторону BC квадрата $ABCD$ в отношении $3 : 5$, считая от точки B . Отрезки AM и BD пересекаются в точке P . Найдите площадь треугольника APD , если площадь треугольника BPM равна 18 см^2 .

- 306.** Прямая, параллельная медиане BM треугольника ABC , пересекает стороны AB и AC в точках D и E соответственно. Площади треугольника ADE и четырёхугольника $DBCE$ относятся как $1 : 5$. Найдите отрезок DE , если $BM = 6$ см.

Вариант 2

Тригонометрические функции угла от 0° до 180°

1. Чему равен:
 - 1) $\sin(180^\circ - \alpha)$, если $\sin \alpha = 0,9$;
 - 2) $\cos(180^\circ - \alpha)$, если $\cos \alpha = 0,23$;
 - 3) $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$, если $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{3}$;
 - 4) $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha)$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 9$?
2. Найдите значение выражения:
 - 1) $6\sin 90^\circ - 3\cos 180^\circ$;
 - 3) $\sin^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ$;
 - 2) $2\cos 0^\circ + \operatorname{tg} 0^\circ$;
 - 4) $\sin^2 20^\circ + \cos^2 160^\circ$.
3. Найдите:
 - 1) $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ и $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$;
 - 2) $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{5}$;
 - 3) $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{5}{6}$.
4. Сравните с нулём значение выражения:
 - 1) $\cos 102^\circ \operatorname{ctg} 92^\circ$;
 - 2) $\sin 0^\circ \cos 28^\circ \operatorname{tg} 82^\circ$.
5. Найдите значение выражения:
 - 1) $\cos 120^\circ \sin 135^\circ \operatorname{ctg} 150^\circ$;
 - 2) $4\operatorname{tg}^2 120^\circ + 4\sin^2 120^\circ - 3\cos 90^\circ \operatorname{ctg} 100^\circ$.
6. Найдите значение выражения, не пользуясь таблицами и калькулятором:
 - 1) $\frac{\cos 123^\circ}{\cos 57^\circ} - \frac{\operatorname{tg} 141^\circ}{\operatorname{tg} 39^\circ}$;
 - 2) $\frac{\sin 18^\circ}{\sin 162^\circ} + \frac{\operatorname{ctg} 103^\circ}{\operatorname{ctg} 77^\circ}$.

Теорема косинусов

7. Найдите сторону BC треугольника ABC , если:
 - 1) $AB = 4\sqrt{3}$ см, $AC = 2$ см, $\angle A = 30^\circ$;
 - 2) $AB = 4$ см, $AC = 8$ см, $\angle A = 120^\circ$.
8. Найдите косинус среднего по величине угла треугольника, стороны которого равны 6 см, 9 см и 11 см.

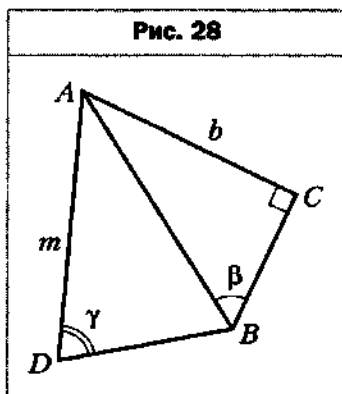
9. Определите, остроугольным, прямоугольным или тупоугольным является треугольник, стороны которого равны:
 1) 5 см, 6 см и 8 см; 3) 9 см, 12 см и 15 см.
 2) 4 см, 7 см и 8 см;
10. Диагонали параллелограмма равны 6 см и $4\sqrt{3}$ см, а угол между ними равен 30° . Найдите стороны параллелограмма.
11. Две стороны треугольника равны 7 см и 8 см, а синус угла между ними равен $\frac{4\sqrt{3}}{7}$. Найдите третью сторону треугольника.
12. Центр окружности, вписанной в треугольник ABC , удалён на $3\sqrt{2}$ см и на 4 см от вершин A и C соответственно. Найдите сторону AC , если $\angle B = 90^\circ$.
13. На продолжении стороны AB прямоугольного треугольника ABC ($\angle B = 90^\circ$) за точку B отметили точку M , а на продолжении стороны AC за точку C — точку N . Найдите отрезок MN , если $AC = 6$ см, $BC = 2\sqrt{7}$ см, $BM = 10$ см, $CN = 6$ см.
14. На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены соответственно такие точки K и F , что $BK = 5$ см, $FC = 6$ см. Найдите отрезок KF , если $AB = 8$ см, $BC = 9$ см, $AC = 7$ см.
15. Две стороны треугольника относятся как 3 : 8, а угол между ними равен 60° . Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 36 см.
16. Две стороны треугольника равны 9 см и 21 см, а угол, противолежащий большей из них, — 120° . Найдите третью сторону треугольника.
17. Для сторон a , b и c треугольника выполняется равенство $a^2 = b^2 + c^2 - bc\sqrt{2}$. Докажите, что угол, противолежащий стороне a , равен 45° .
18. Диагонали параллелограмма равны 30 см и 50 см, а его стороны относятся как 8 : 19. Найдите стороны параллелограмма.

19. Диагонали параллелограмма равны 18 см и 26 см, а одна из сторон на 10 см больше другой. Найдите стороны параллелограмма.
20. В четырёхугольнике $ABCD$ $AB = AD = 13$ см, $BC = 4$ см, $CD = 14$ см. Найдите диагональ AC , если около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.
21. В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) $BC = 12$ см, $CD = 9$ см, $AD = 16$ см, $\cos D = \frac{1}{8}$. Найдите сторону AB трапеции.
22. Стороны треугольника равны 8 см, 14 см и 11 см. Найдите биссектрису треугольника, проведённую из вершины его среднего по величине угла.
23. Стороны треугольника равны 8 см, 9 см и 13 см. Найдите медиану треугольника, проведённую к его наибольшей стороне.
24. Основание равнобедренного треугольника равно $8\sqrt{2}$ см, а боковая сторона — 12 см. Найдите медиану треугольника, проведённую к его боковой стороне.
25. Стороны треугольника равны $3\sqrt{3}$ см и 4 см, а угол между ними — 150° . Найдите медиану треугольника, проведённую к его третьей стороне.
26. В треугольнике ABC $AC = 22$ см, отрезок AK — медиана, $AK = 14$ см. Найдите стороны AB и BC , если $AB : BC = 7 : 12$.
27. Сторона треугольника равна 30 см, а медианы, проведённые к двум другим сторонам, — 24 см и 27 см. Найдите третью медиану треугольника.

Теорема синусов

28. В треугольнике ABC $AB = 4\sqrt{2}$ см, $\angle C = 45^\circ$, $\angle A = 30^\circ$. Найдите сторону BC .
29. В треугольнике ABC $BC = 6\sqrt{3}$ см, $\angle A = 120^\circ$, $\angle B = 15^\circ$. Найдите сторону AB .
30. Найдите угол A треугольника ABC , если:
 - 1) $AB = 6$ см, $BC = 2\sqrt{6}$ см, $\angle C = 60^\circ$;
 - 2) $AC = 4$ см, $BC = 4\sqrt{2}$ см, $\angle B = 30^\circ$.
 Сколько решений в каждом случае имеет задача?

31. В треугольнике ABC $AC = 9$ см, $BC = 7$ см. Может ли $\sin A$ быть равным $\frac{4}{5}$?
32. В треугольнике ABC $BC = 5\sqrt{3}$ см, $\angle A = 120^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .
33. Сторона треугольника равна 15 см, а радиус окружности, описанной около треугольника, — $5\sqrt{3}$ см. Чему равен угол треугольника, противолежащий данной стороне?
34. Две стороны треугольника равны $2\sqrt{3}$ см и 8 см. Найдите третью сторону треугольника, если она равна радиусу окружности, описанной около данного треугольника.
35. В треугольнике ABC $\angle C = 73^\circ$, $\angle B = 77^\circ$, отрезок BM — высота треугольника. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BMC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 6 см.
36. В треугольнике ABC $AB = c$, $\angle A = \alpha$, $\angle C = \gamma$. Найдите стороны BC и AC .
37. На рисунке 28 $AC = b$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = \beta$, $\angle ADB = \gamma$, $AD = m$. Найдите синус угла ABD .
38. В равнобедренном треугольнике основание равно a , а угол при основании — α . Найдите боковую сторону треугольника и биссектрису треугольника, проведённую из вершины угла при основании.
39. В треугольнике ABC провели биссектрису CE . Найдите стороны AC и BC и биссектрису CE , если $AE = a$, $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$.
40. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника AHC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 5 см.



41. Найдите радиус окружности, описанной около равнобедренного треугольника с основанием 10 см и боковой стороной 13 см.
42. Основания равнобокой трапеции равны 8 см и 24 см, а боковая сторона — 10 см. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции.
43. Диагонали равнобокой трапеции перпендикулярны. Найдите боковую сторону трапеции, если радиус окружности, описанной около трапеции, равен $6\sqrt{2}$ см.
44. В равнобокой трапеции диагональ является биссектрисой острого угла, а основания относятся как 5 : 13. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции, если её диагональ равна 12 см.
45. На стороне BC треугольника ABC отметили точку M . Найдите сторону AB , если $AC = 9$ см, а радиусы окружностей, описанных около треугольников ABM и ACM , соответственно равны 4 см и 6 см.

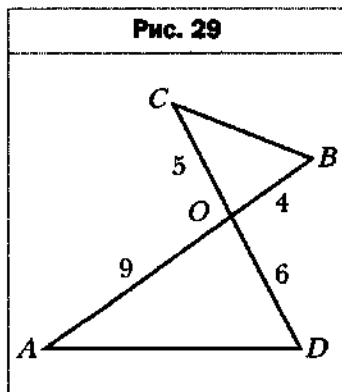
Решение треугольников

46. Найдите неизвестные стороны и углы треугольника ABC , если:
- 1) $AB = 12$ см, $\angle A = 74^\circ$, $\angle C = 39^\circ$;
 - 2) $AB = 8$ см, $BC = 5$ см, $\angle B = 100^\circ$;
 - 3) $AB = 6$ см, $BC = 7$ см, $AC = 10$ см;
 - 4) $AC = 5$ см, $BC = 8$ см, $\angle A = 130^\circ$;
 - 5) $AC = 6$ см, $AB = 8$ см, $\angle C = 10^\circ$;
 - 6) $BC = 8$ см, $AC = 7$ см, $\angle B = 10^\circ$;
 - 7) $BC = 8$ см, $AC = 3$ см, $\angle B = 70^\circ$.
47. В треугольнике ABC $\angle A = \angle B = 50^\circ$, $AB = 8$ см. Найдите: 1) сторону AC ; 2) высоту AH ; 3) медиану CM ; 4) биссектрису AD ; 5) радиус описанной окружности треугольника ABC ; 6) радиус вписанной окружности треугольника ABC .
48. В трапеции $ABCD$ $AB = CD = 8$ см, $\angle CBD = 58^\circ$, $\angle ABD = 46^\circ$. Найдите: 1) основания и диагональ трапеции; 2) радиус окружности, описанной около треугольника ABD .

49. Меньшая сторона треугольника равна 8 см, а вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, градусные меры которых относятся как 2 : 5 : 8. Найдите неизвестные стороны треугольника.
50. Большая сторона треугольника равна 5 см. В треугольник вписана окружность, которая делится точками касания со сторонами на дуги, градусные меры которых относятся как 2 : 3 : 4. Найдите неизвестные стороны треугольника.

Формулы для нахождения площади треугольника

51. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 9 см и 4 см, а угол между ними равен: 1) 45° ; 2) 150° .
52. Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны 9 см и 12 см, а угол между ними — 60° .
53. Стороны параллелограмма равны 7 см и 9 см. Может ли его площадь быть равной 64 см^2 ?
54. Найдите площадь ромба, сторона которого равна $9\sqrt{2}$ см, а один из углов — 45° .
55. Две стороны треугольника равны 7 см и 6 см. Может ли его площадь быть равной: 1) 23 см^2 ; 2) 17 см^2 ?
56. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 30° , а его площадь — $72\sqrt{3} \text{ см}^2$. Найдите боковую сторону треугольника.
57. Отрезки AB и CD пересекаются в точке O (рис. 29), $AO = 9 \text{ см}$, $OB = 4 \text{ см}$, $CO = 5 \text{ см}$, $OD = 6 \text{ см}$. Найдите отношение площадей треугольников AOD и COB .



58. На сторонах угла O отложены отрезки $OA = 8$ см, $AB = 3$ см, $OC = 5$ см, $CD = 7$ см (рис. 30). Найдите отношение площадей треугольника OBD и четырёхугольника $ABDC$.

59. Найдите площадь треугольника со сторонами 4 см, 13 см и 15 см.

60. Три окружности, радиусы которых равны 9 см, 11 см и 12 см, попарно касаются друг друга внешним образом. Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются центры этих окружностей.

61. Стороны треугольника равны 10 см, 17 см и 21 см. Найдите наибольшую высоту треугольника, радиусы вписанной в него и описанной около него окружностей.

62. В треугольник со сторонами 15 см, 28 см и 41 см вписана окружность, центр которой соединён с вершинами треугольника. Найдите площади трёх образовавшихся треугольников.

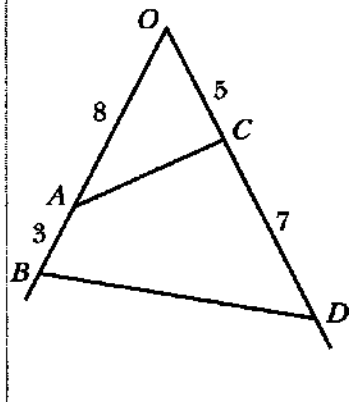
63. Биссектриса треугольника делит одну из его сторон на отрезки, больший из которых равен 9 см. Две другие стороны треугольника равны 14 см и 21 см. Найдите площадь треугольника.

64. Один из углов ромба на 120° больше другого, а его сторона равна $6\sqrt{3}$ см. Найдите площадь ромба.

65. Площадь прямоугольника равна $36\sqrt{3}$ см², а угол между его диагоналями — 60° . Найдите стороны прямоугольника.

66. Диагонали четырёхугольника равны 6 см и 9 см, а угол между ними — 60° . Найдите площадь четырёхугольника.

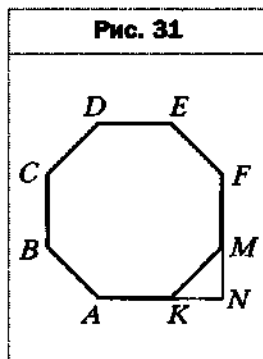
Рис. 30



67. Диагонали четырёхугольника равны 4 см и 16 см, а его площадь — $16\sqrt{2}$ см². Найдите угол между диагоналями четырёхугольника.
68. Сторона равностороннего треугольника равна 2 см. На сторонах треугольника во внешнюю сторону построены квадраты. Найдите площадь шестиугольника, вершинами которого являются вершины квадратов, не принадлежащих данному треугольнику.
69. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOB , BOC и AOD соответственно равны 12 см², 8 см² и 9 см². Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.
70. В окружность вписан четырёхугольник, стороны которого последовательно равны 4 см, 6 см, 8 см и 12 см. Найдите площадь четырёхугольника.

Правильные многоугольники и их свойства

71. Найдите углы правильного двенадцатиугольника.
72. Найдите количество сторон правильного многоугольника, если: 1) его угол равен 172° ; 2) угол, смежный с углом многоугольника, равен 24° .
73. На рисунке 31 изображён правильный восьмиугольник $ABCDEFGMK$, N — точка пересечения прямых AK и FM . Найдите угол MNK .
74. Определите количество сторон правильного многоугольника, если угол, смежный с углом многоугольника, на 156° меньше угла многоугольника.
75. Найдите центральный угол правильного сорокапятиугольника.
76. Центральный угол правильного многоугольника равен 18° . Найдите количество сторон многоугольника.



77. Пусть a_4 — сторона квадрата, R и r — соответственно радиусы описанной около него и вписанной в него окружностей. Заполните таблицу (размеры даны в сантиметрах).

a_4	R	r
6		
	8	
		$2\sqrt{2}$

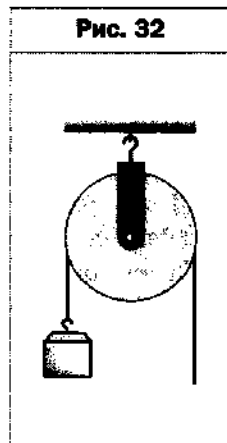
78. Найдите радиусы описанной около правильного треугольника и вписанной в него окружностей, если их разность равна 7 см.
79. Найдите отношение площадей правильных треугольника и шестиугольника, стороны которых равны.
80. Найдите площадь правильного восьмиугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 6 см.
81. Отрезки AB , BC и CD — три последовательные стороны правильного многоугольника. Продолжения сторон AB и CD пересекаются в точке K , $\angle BKC = 160^\circ$. Найдите количество сторон многоугольника.
82. Диагональ квадрата равна $6\sqrt{2}$ см. Чему равен радиус: 1) описанной около него окружности; 2) вписанной в него окружности?
83. В правильный треугольник со стороной $2\sqrt{3}$ см вписана окружность. Найдите сторону квадрата, вписанного в эту окружность.
84. Радиус окружности, описанной около правильного многоугольника, равен 6 см, а радиус окружности, вписанной в него, — $3\sqrt{2}$ см. Найдите сторону многоугольника и количество его сторон.
85. В окружность радиуса 12 см вписан квадрат. В этот квадрат вписана окружность, а в окружность — правильный шестиугольник. Найдите сторону шестиугольника.

86. Около правильного шестиугольника со стороной a описана окружность. Около этой окружности описан правильный треугольник. Найдите радиус описанной около треугольника окружности.
87. В окружность радиуса $2\sqrt{3}$ см вписан правильный треугольник. На его высоте как на стороне построен квадрат, и в него вписана окружность. Найдите радиус этой окружности.
88. Радиус окружности, описанной около правильного восьмиугольника $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$, равен 8 см. Найдите диагонали A_1A_3 , A_1A_4 и A_1A_5 .
89. Найдите сторону правильного восьмиугольника $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$, если его диагональ A_2A_4 равна 8 см.
90. Сторона правильного восьмиугольника равна 2 см. Его стороны, взятые через одну, продолжили до пересечения так, что образовался квадрат. Найдите сторону этого квадрата.

Длина окружности. Площадь круга

91. Найдите длину окружности, радиус которой равен 3 см.
92. Найдите площадь круга, радиус которого равен: 1) 7 см; 2) $\frac{5}{\sqrt{\pi}}$ см.
93. Чему равен радиус окружности, длина которой равна 3π см?
94. Найдите радиус круга, площадь которого равна 9π см².
95. Радиус окружности уменьшили: 1) в 4 раза; 2) на 4 см. Как при этом изменилась длина окружности?
96. Радиус круга увеличили в 8 раз. Как при этом изменилась площадь круга?
97. Площади двух кругов относятся как 9 : 16. Чему равно отношение их радиусов?
98. Найдите площадь круга, длина окружности которого равна 6π см.

99. Найдите площадь кольца, расположенного между двумя окружностями, имеющими общий центр, радиусы которых равны 5 см и 8 см.
100. Найдите длину окружности и площадь круга, описанных около квадрата со стороной 8 см.
101. Найдите отношение площадей вписанного в правильный треугольник и описанного около него кругов.
102. Найдите площадь круга, описанного около равнобедренного треугольника с основанием 6 см и углом 45° при вершине.
103. Найдите площадь круга, вписанного в равнобедренный треугольник, основание которого равно 12 см, а боковая сторона — 10 см.
104. Стороны треугольника равны 10 см, 17 см и 21 см. Найдите площади описанного около него и вписанного в него кругов.
105. Угол ромба равен 30° , а площадь круга, вписанного в ромб, — 6π см². Найдите площадь ромба.
106. Постройте окружность, длина которой равна разности длин двух данных окружностей.
107. В полукруг, диаметр которого равен 12 см, вписан прямоугольный треугольник, гипотенуза которого совпадает с диаметром полукруга, а один из катетов равен 6 см. Найдите площадь части полукруга, расположенной вне треугольника.
108. Два круга имеют общую хорду. Найдите отношение площадей этих кругов, если из центра первого круга эта хорда видна под углом 90° , а из центра второго — под углом 120° .
109. Стороны треугольника равны 13 см, 14 см и 15 см. В треугольник вписан полукруг, центр которого лежит на большей стороне треугольника. Найдите площадь полукруга.
110. Груз поднимают с помощью блока (рис. 32). На сколько метров под-

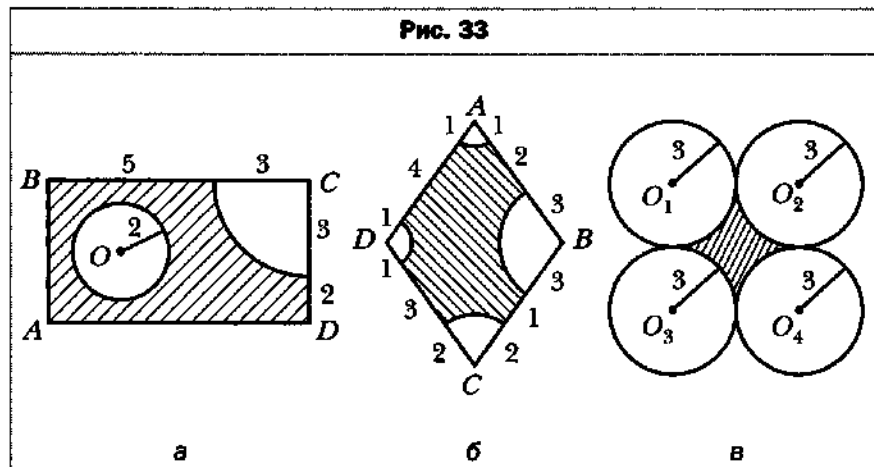


нимется груз за 8 оборотов блока, если радиус блока равен 5 см? Ответ округлите до десятых.

- 111.** На катушку, радиус которой равен 2,5 см, намотано 50 см нитки. Сколько сделано полных витков?
- 112.** Диаметр колеса автомобиля равен 0,9 м. Найдите скорость автомобиля в километрах в час, если его колесо за одну минуту делает 250 оборотов. Ответ округлите до единиц.
- 113.** Радиус окружности равен 4 см. Найдите длину дуги окружности, градусная мера которой равна: 1) 15° ; 2) 345° .
- 114.** Длина дуги окружности равна 25π см, а её градусная мера — 24° . Найдите радиус окружности.
- 115.** Длина дуги окружности равна 5π см. Найдите градусную меру этой дуги, если радиус окружности равен 20 см.
- 116.** Начертите окружность радиусом 8 см. Отметьте на ней точки A и B так, чтобы длина дуги AB была равной 2π см.
- 117.** Градусная мера дуги окружности, радиус которой 6 см, равна 240° . Найдите радиус окружности, длина которой равна длине этой дуги.
- 118.** На катете AC прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) как на диаметре построена окружность. Найдите длину дуги этой окружности, принадлежащей треугольнику, если $\angle A = 40^\circ$, $AC = 10$ см.
- 119.** В треугольнике ABC $AB = 6$ см, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 70^\circ$. Окружность с центром B касается стороны AC . Найдите длину дуги этой окружности, принадлежащей треугольнику.
- 120.** Радиус круга равен 6 см. Найдите площадь сектора, если градусная мера его дуги равна 330° .
- 121.** Какую часть площади круга составляет площадь сектора, если соответствующий сектору центральный угол равен 25° ?
- 122.** Площадь сектора составляет $\frac{8}{15}$ площади круга. Найдите центральный угол, соответствующий данному сектору.

- 123.** Найдите радиус круга, если площадь сектора этого круга равна 45π см², а центральный угол, соответствующий этому сектору, — 72° .
- 124.** Найдите площадь круга, вписанного в сектор круга радиуса 6 см с хордой 8 см.
- 125.** Найдите площадь заштрихованной фигуры, изображённой на рисунке 33 (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 33



- 126.** Радиус вписанной в правильный треугольник окружности равен $3\sqrt{3}$ см. На стороне этого треугольника как на диаметре построен полукруг, лежащий в той же полуплоскости, что и треугольник. Определите площадь части треугольника, находящейся вне полукруга.
- 127.** Найдите площадь кругового сегмента, если радиус круга равен 8 см, а градусная мера дуги сегмента равна: 1) 30° ; 2) 225° .
- 128.** Найдите площадь кругового сегмента, если его основание равно 6 см, а градусная мера дуги сегмента равна: 1) 30° ; 2) 240° .
- 129.** Радиус круга равен 8 см. В нём проведена хорда, равная стороне квадрата, вписанного в этот круг. Найдите площадь большего из сегментов, основанием которых является эта хорда.

- 130.** Радиус круга равен 6 см. По одну сторону от центра круга проведены две параллельные хорды, равные соответственно сторонам правильного треугольника и квадрата, вписанных в этот круг. Найдите площадь части круга, находящейся между хордами.

Расстояние между двумя точками с заданными координатами.
Координаты середины отрезка

- 131.** Найдите расстояние между точками A и B , если:
 1) $A(3; -7)$, $B(6; -3)$; 2) $A(5; -2)$, $B(-3; -2)$.
- 132.** Докажите, что точки $A(-3; -7)$, $B(2; 3)$ и $C(0; -1)$ лежат на одной прямой. Какая из точек лежит между двумя другими?
- 133.** Вершинами треугольника являются точки $A(-3; -2)$, $B(-1; 3)$ и $C(2; 0)$. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.
- 134.** Найдите координаты середины отрезка MN , если:
 1) $M(2; -5)$, $N(8; 3)$; 2) $M(5; 4)$, $N(-6; -3)$.
- 135.** Точка M — середина отрезка AB . Найдите координаты точки A , если $B(6; -9)$, $M(2; 5)$.
- 136.** Точки $B_1(3; -1)$ и $C_1(-4; 2)$ — середины сторон AC и AB треугольника ABC соответственно. Вершина C имеет координаты $(-5; 3)$. Найдите координаты вершин A и B .
- 137.** В треугольнике ABC $A(3; -5)$, $M(7; 1)$, $C(-3; 9)$. Найдите среднюю линию MN треугольника ABC , где точки M и N — середины сторон AC и BC соответственно.
- 138.** Расстояние между точками $A(5; -2)$ и $B(9; y)$ равно 5. Найдите y .
- 139.** На оси ординат найдите точку, равноудалённую от точек $A(4; -5)$ и $B(2; 3)$.
- 140.** На прямой, содержащей биссектрисы первого и третьего координатных углов, найдите точку, равноудалённую от точек $A(2; 5)$ и $B(4; 1)$.
- 141.** Найдите координаты точки, делящей отрезок AB в отношении $1 : 3$, считая от точки A , если $A(5; -7)$, $B(7; -9)$.

142. Четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм, $A(4; -1)$, $B(-2; 7)$, $D(-3; -8)$. Найдите координаты вершины C .
143. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(-3; 7)$, $B(2; -4)$, $C(5; 1)$ и $D(0; 12)$ является параллелограммом.
144. Найдите длину отрезка, концы которого лежат на осях координат, а серединой является точка $M(-6; 4)$.
145. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(-4; 1)$, $B(-2; 3)$, $C(3; -2)$ и $D(1; -4)$ является прямоугольником.
146. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(-4; 2)$, $B(-3; 4)$, $C(-1; 3)$ и $D(-2; 1)$ является квадратом.
147. Найдите координаты вершины B равностороннего треугольника ABC , если известны координаты вершин $A(0; -4)$ и $C(0; 2)$.
148. Точки $M(5; -2)$, $N(3; 4)$ и $P(-3; -6)$ — середины сторон некоторого треугольника. Найдите координаты его вершин.

Уравнение окружности

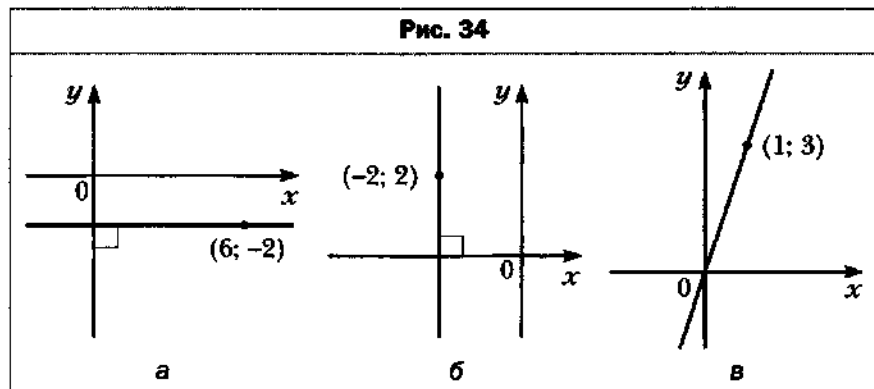
149. Определите по уравнению окружности координаты её центра и радиус:
- 1) $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$; 3) $x^2 + (y - 4)^2 = 16$;
2) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 49$; 4) $(x + 3)^2 + y^2 = 12$.
150. Составьте уравнение окружности, если известны координаты её центра P и радиус R :
- 1) $P(-3; 1)$, $R = 3$; 3) $P(-4; 0)$, $R = \sqrt{5}$.
2) $P(0; 2)$, $R = 2$;
151. Составьте уравнение окружности с центром в точке $T(-1; 2)$, проходящей через точку $A(3; -5)$.
152. Составьте уравнение окружности, диаметром которой является отрезок AB , если $A(-3; 9)$, $B(5; -7)$.
153. Составьте уравнение окружности, радиусом которой является отрезок DE , если $D(4; -5)$, $E(-2; -7)$.
154. Составьте уравнение окружности с центром в точке $A(2; -3)$, которая касается оси абсцисс.

- 155.** Составьте уравнение окружности, проходящей через точку $M(2; -3)$, центр которой принадлежит оси абсцисс, а радиус равен 5.
- 156.** Докажите, что данное уравнение является уравнением окружности, и укажите координаты центра и радиус этой окружности:
 1) $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 10 = 0$; 2) $x^2 + y^2 - 12x - 36 = 0$.
- 157.** Найдите координаты центра и радиус окружности, заданной уравнением $x^2 - 8x + y^2 + 10y - 31 = 0$. Определите положение точек $O(0; 0)$, $A(-1; 2)$ и $B(10; 1)$ относительно этой окружности.

Уравнение прямой

- 158.** Найдите координаты точек пересечения прямой $4x - 3y = -12$ с осями координат. Принадлежит ли этой прямой точка: 1) $M(1; 5)$; 2) $N(3; 8)$?
- 159.** Составьте уравнение прямой, которая проходит через точку $E(-2; -3)$ и параллельна: 1) оси абсцисс; 2) оси ординат.
- 160.** Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $A(-2; 1)$ и $B(4; 7)$.
- 161.** Запишите уравнение прямой, изображённой на рисунке 34.

Рис. 34



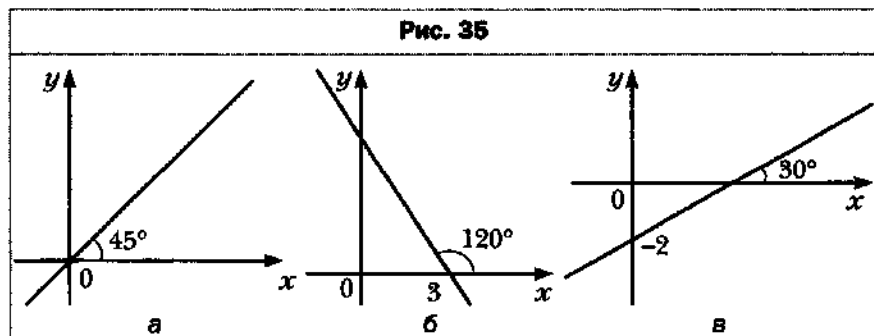
- 162.** Найдите координаты точки пересечения прямых $2x - 5y = 7$ и $-x + 3y = 12$.

163. Точки $A(-3; 5)$, $B(2; 4)$ и $C(1; 3)$ — вершины треугольника ABC . Составьте уравнение прямой, содержащей медиану BM треугольника ABC .
164. При каком значении a точки $A(2; -3)$, $B(4; 1)$ и $C(a; -2)$ лежат на одной прямой?
165. Докажите, что окружность $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 13$ и прямая $x - y = -4$ пересекаются, и найдите координаты точек их пересечения.
166. Найдите расстояние от начала координат до прямой $x + 3y = -6$.
167. Составьте уравнение геометрического места центров окружностей, проходящих через точки $A(-5; -9)$ и $B(1; 3)$.

Угловой коэффициент прямой

168. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; -4)$, угловой коэффициент которой равен: 1) 4; 2) 0.
169. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки:
1) $A(5; -2)$ и $B(-3; 1)$; 2) $A(4; 3)$ и $B(-3; 3)$.
170. Составьте уравнение прямой, которая проходит через точку $K(2; -3)$ и параллельна прямой $y = -3x + 1$.
171. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $E(-4; 3)$ и образующей с положительным направлением оси абсцисс угол: 1) 30° ; 2) 120° .
172. Запишите уравнение прямой, изображённой на рисунке 35.

Рис. 35



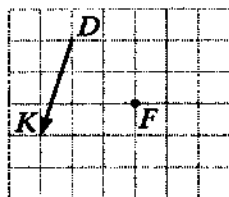
173. Среди данных прямых укажите пары параллельных прямых:

- 1) $x - 3y = -5$; 4) $8x - y = -19$;
 2) $3x - 2y = -15$; 5) $9x + 6y = 1$.
 3) $2x + 6y = -17$;

Понятие вектора

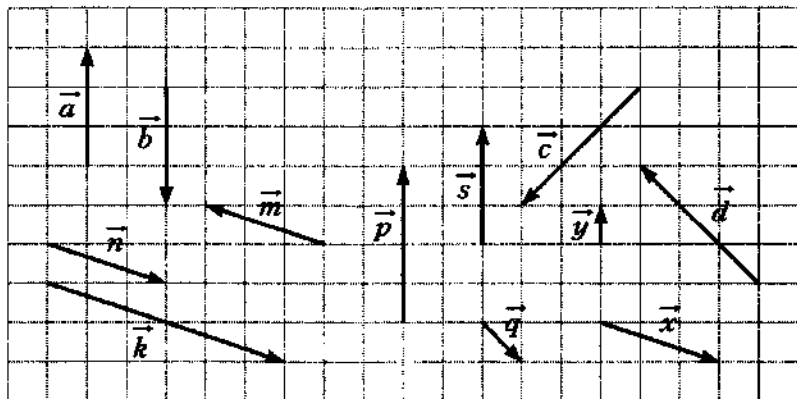
174. На рисунке 36 изображён вектор $\overrightarrow{DK}$. Укажите начало и конец этого вектора. Отложите от точки F вектор, равный вектору $\overrightarrow{DK}$, и вектор, противоположно направленный вектору $\overrightarrow{DK}$, модуль которого равен модулю вектора $\overrightarrow{DK}$.

Рис. 36



175. Какие из векторов, изображённых на рисунке 37: 1) равны; 2) сонаправлены; 3) противоположно направлены; 4) коллинеарны; 5) имеют равные модули?

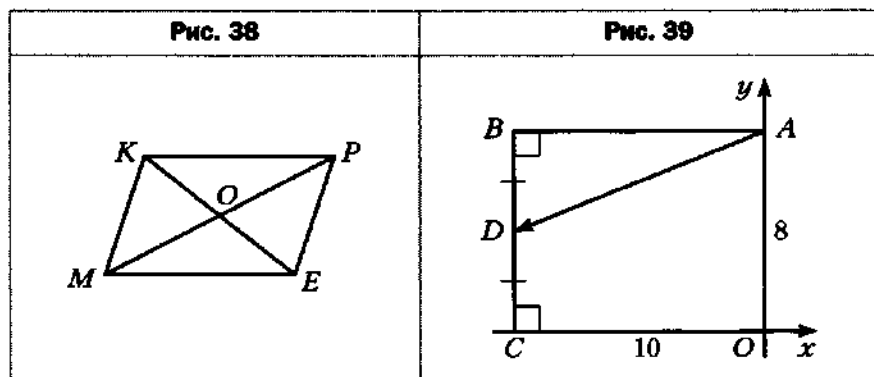
Рис. 37



- 176.** Четырёхугольник $MKPE$ — параллелограмм (рис. 38). Укажите вектор, равный вектору: 1) $\overrightarrow{KP}$; 2) $\overrightarrow{PK}$; 3) $\overrightarrow{MO}$; 4) $\overrightarrow{PO}$.
- 177.** В ромбе $ABCD$ $AB = 10$ см, $AC = 12$ см, O — точка пересечения диагоналей. Найдите: 1) $|\overrightarrow{BD}|$; 2) $|\overrightarrow{AO}|$; 3) $|\overrightarrow{DO}|$.

Координаты вектора

- 178.** Найдите координаты вектора $\overrightarrow{PK}$, если:
1) $P(3; -4)$, $K(-1; 5)$; 2) $P(-4; 0)$, $K(0; -4)$.
- 179.** Даны точки $D(5; -4)$, $E(-3; -5)$, $F(x; 7)$, $K(2; y)$. Найдите x и y , если $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{FK}$.
- 180.** Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AD}$ (рис. 39).



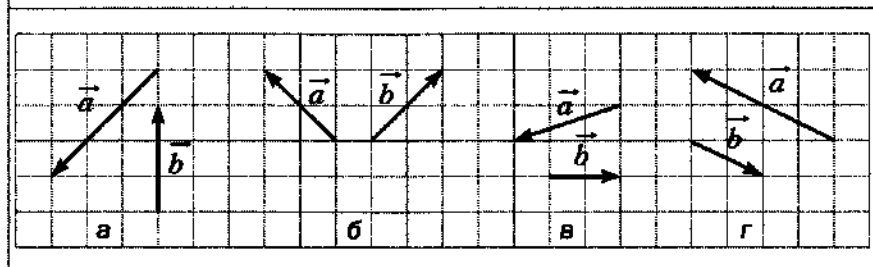
- 181.** Точка $K(-8; 3)$ — конец вектора $\vec{a}(6; -9)$. Найдите координаты начала вектора $\vec{a}$.
- 182.** Докажите, что четырёхугольник $MNKP$ с вершинами в точках $M(-3; 2)$, $N(-1; 6)$, $K(6; 7)$, $P(4; 3)$ является параллелограммом.
- 183.** Даны координаты трёх вершин параллелограмма $ABCD$: $A(4; -5)$, $B(2; 3)$, $D(-3; -4)$. Найдите координаты вершины C .
- 184.** Среди векторов $\vec{a}(5; -3)$, $\vec{b}(-6; 8)$, $\vec{c}(4; -3)$, $\vec{d}(-3; -5)$, $\vec{e}(-\sqrt{21}; 2)$, $\vec{f}(7; -\sqrt{51})$ найдите те, которые имеют равные модули.

185. Модуль вектора $\vec{a}(x; -8)$ равен 10. Найдите x .
186. Модуль вектора $\vec{a}$ равен 4, а его координаты равны. Найдите координаты вектора $\vec{a}$.
187. Модуль вектора $\vec{n}(x; y)$ равен $\sqrt{10}$, а координата x этого вектора меньше координаты y на 2. Найдите координаты вектора $\vec{n}$.

Сложение и вычитание векторов

188. С помощью правила треугольника постройте сумму векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, изображённых на рисунке 40.

Рис. 40



189. С помощью правила параллелограмма постройте сумму векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, изображённых на рисунке 40.
190. Для векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, изображённых на рисунке 40, постройте вектор $\vec{a} - \vec{b}$.
191. Четырёхугольник $ABCD$ — квадрат, O — точка пересечения его диагоналей. Среди данных пар векторов укажите пары противоположных векторов:
- 1) $\vec{AB}$ и $\vec{CB}$;
 - 2) $\vec{BA}$ и $\vec{CD}$;
 - 3) $\vec{BC}$ и $\vec{AD}$;
 - 4) $\vec{OA}$ и $\vec{OC}$;
 - 5) $\vec{OB}$ и $\vec{OC}$;
 - 6) $\vec{BD}$ и $\vec{DB}$.
192. Четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм. Найдите:
- 1) $\vec{AB} - \vec{DB} - \vec{CD}$;
 - 2) $\vec{AB} - \vec{CB} + \vec{CA}$;
 - 3) $\vec{CB} + \vec{CD} - \vec{BA} - \vec{DB}$.

193. Может ли быть нулевым вектором сумма трёх векторов, модули которых равны:
 1) 5; 4; 1; 2) 8; 6; 3; 3) 7; 8; 16?
194. Даны векторы $\vec{c}(-3; 1)$ и $\vec{d}(5; -6)$. Найдите:
 1) $\vec{c} + \vec{d}$; 2) $\vec{c} - \vec{d}$; 3) $|\vec{c} + \vec{d}|$; 4) $|\vec{d} - \vec{c}|$.
195. Даны точки $M(-4; 5)$ и $N(6; -7)$. Найдите координаты точки K такой, что $\vec{MK} - \vec{KN} = \vec{0}$.
196. Найдите координаты векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если их сумма имеет координаты $(-4; 5)$, а разность $-(3; 7)$.
197. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O (рис. 41). Выразите векторы $\vec{AB}$ и $\vec{BC}$ через векторы $\vec{AO} = \vec{m}$ и $\vec{OD} = \vec{n}$.
198. Даны векторы $\vec{m}(-2; 4)$, $\vec{n}(3; 1)$, $\vec{k}(x; -1)$. Найдите наименьшее значение модуля вектора $\vec{m} - \vec{n} - \vec{k}$.
199. Найдите геометрическое место точек $M(x; y)$ координатной плоскости таких, что для точек $C(5; -6)$ и $D(-1; 2)$ выполняется равенство $|\vec{DC}| = |\vec{MC}|$.

Умножение вектора на число

200. Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 42). Постройте вектор:
 1) $\frac{4}{5}\vec{a}$; 2) $-3\vec{b}$; 3) $\vec{b} - \frac{3}{5}\vec{a}$.

Рис. 41

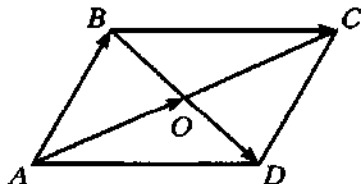
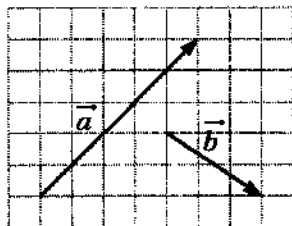


Рис. 42



201. Постройте два неколлинеарных вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Отметьте произвольную точку и отложите от неё вектор:

1) $-2\vec{a} - 3\vec{b}$; 2) $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

202. $|\vec{b}| = 1,6$. Чему равен модуль вектора: 1) $-2\vec{b}$; 2) $\frac{1}{4}\vec{b}$?

203. Найдите модуль вектора $\vec{a} = 4\vec{c}$, где $\vec{c}(5; -12)$.

204. Даны векторы $\vec{a}(4; -7)$ и $\vec{b}(-3; 6)$. Найдите координаты вектора:

1) $3\vec{a} + \vec{b}$; 2) $3\vec{b} - 5\vec{a}$.

205. Найдите модуль вектора $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$, где $\vec{a}(-4; 2)$; $\vec{b}(1; -2)$.

206. Точки K и P — середины сторон AB и AD параллелограмма $ABCD$ (рис. 43). Выразите вектор $\overrightarrow{KP}$ через векторы $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$.

207. Точки N и M — середины сторон BC и CD трапеции $ABCD$ (рис. 44). Выразите вектор $\overrightarrow{MN}$ через векторы $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

Рис. 43

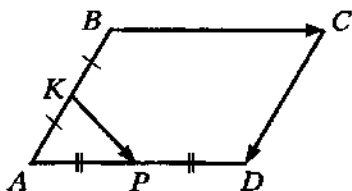
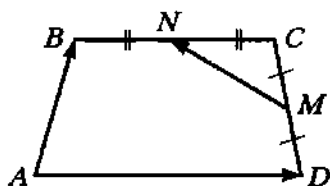


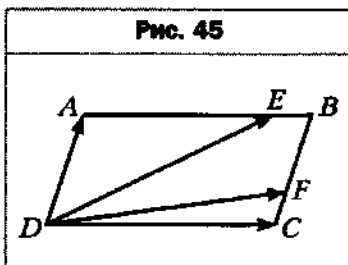
Рис. 44



208. D — точка пересечения диагоналей выпуклого четырёхугольника $MKPF$, $MD : DP = 4 : 9$, $KD : DF = 7 : 3$. Выразите векторы $\overrightarrow{MK}$, $\overrightarrow{KP}$, $\overrightarrow{PF}$ и $\overrightarrow{FM}$ через векторы $\overrightarrow{KD} = \vec{m}$ и $\overrightarrow{MD} = \vec{p}$.

209. На сторонах DF и EF треугольника DEF отмечены такие точки P и K соответственно, что $DP : PF = 1 : 4$, $EK : KF = 4 : 3$. Выразите векторы $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FD}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{KD}$ и $\overrightarrow{PE}$ через векторы $\overrightarrow{DP} = \vec{m}$ и $\overrightarrow{FK} = \vec{n}$.

210. На сторонах AB и BC параллелограмма $ABCD$ отмечены такие точки E и F , что $AE = \frac{5}{6}AB$, $BF = \frac{2}{3}BC$ (рис. 45). Выразите векторы $\overrightarrow{DE}$ и $\overrightarrow{DF}$ через векторы $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$.



211. Коллинеарны ли векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$, если $A(2; -5)$, $B(1; -8)$, $C(-4; -6)$, $D(-2; 0)$?
212. Среди векторов $\vec{m}(4; -3)$, $\vec{n}(-8; 6)$, $\vec{p}(12; -9)$, $\vec{k}(-0,8; 0,6)$ укажите пары: 1) сонаправленных векторов; 2) противоположно направленных векторов.
213. Даны вектор $\vec{c}(3; -2)$ и точка $M(-4; 5)$. Найдите координаты такой точки F , чтобы векторы $\vec{c}$ и $\overrightarrow{FM}$ были противоположными.
214. Найдите значение n , при котором векторы $\vec{a}(n; -8)$ и $\vec{b}(-4; -2)$ коллинеарны.
215. Найдите координаты вектора, модуль которого равен 1 и который сонаправлен с вектором:
1) $\vec{a}(-6; 8)$; 2) $\vec{c}(p; -k)$.
216. Найдите координаты вектора $\vec{c}$, коллинеарного вектору $\vec{p}(12; -5)$, если $|\vec{c}| = 26$.
217. Докажите, что четырёхугольник $MPFK$ с вершинами в точках $M(-2; 3)$, $P(4; 6)$, $F(4; 1)$ и $K(-4; -3)$ является трапецией.
218. Лежат ли точки $D(4; -2)$, $E(5; 1)$ и $F(7; 7)$ на одной прямой?
219. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) $BC = 4$, $AD = 9$, M — точка пересечения продолжений боковых сторон. Найдите такое число x , что:
1) $\overrightarrow{BM} = x \cdot \overrightarrow{AB}$; 2) $\overrightarrow{MC} = x \cdot \overrightarrow{DM}$.
220. Даны векторы $\vec{a}(2; -4)$, $\vec{b}(3; -5)$ и $\vec{k}(5; -7)$. Найдите такие числа x и y , что $\vec{k} = x\vec{a} + y\vec{b}$.

Скалярное произведение векторов

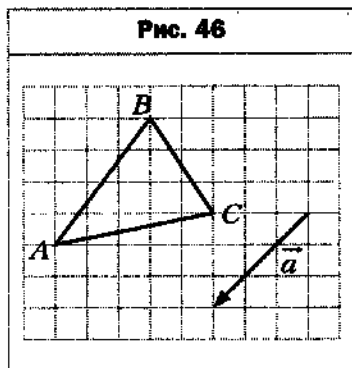
- 221.** Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если:
- 1) $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$;
 - 2) $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 2$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$;
 - 3) $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 12$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ$.
- 222.** Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 150° , $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$. Найдите:
- 1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$;
 - 2) $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{b}$.
- 223.** Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 120° , $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$. Найдите скалярное произведение $(3\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b})$.
- 224.** Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если:
- 1) $\vec{a}(2; -1)$, $\vec{b}(4; 3)$;
 - 2) $\vec{a}(-3; 4)$, $\vec{b}(3; -2)$.
- 225.** Даны векторы $\vec{m}(5; -y)$ и $\vec{b}(4; 6)$. При каком значении y выполняется равенство $\vec{m} \cdot \vec{b} = -18$?
- 226.** Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}(4; -1)$ и $\vec{b}(-6; -8)$.
- 227.** Медианы AM и CE правильного треугольника ABC со стороной 6 см пересекаются в точке O . Найдите скалярное произведение векторов:
- 1) $\vec{BA}$ и $\vec{BC}$;
 - 2) $\vec{BC}$ и $\vec{AC}$;
 - 3) $\vec{AM}$ и $\vec{BC}$;
 - 4) $\vec{AO}$ и $\vec{OC}$;
 - 5) $\vec{OA}$ и $\vec{EC}$;
 - 6) $\vec{OE}$ и $\vec{CO}$.
- 228.** Даны векторы $\vec{c}(x; 6)$ и $\vec{d}(3; -2)$. При каком значении x векторы $\vec{c}$ и $\vec{d}$ перпендикулярны?
- 229.** Даны векторы $\vec{a}(8; y)$ и $\vec{c}(-6; 3)$. При каких значениях y угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{c}$: 1) острый; 2) прямой; 3) тупой?
- 230.** Найдите координаты вектора $\vec{b}$, коллинеарного вектору $\vec{a}(2; -3)$, если $\vec{a} \cdot \vec{b} = -26$.

231. Найдите координаты вектора, перпендикулярного вектору $\vec{c}(3; -1)$, модуль которого в 2 раза больше модуля вектора $\vec{c}$.
232. Даны векторы $\vec{c}(1; -2)$ и $\vec{d}(3; 1)$. Найдите значение n , при котором векторы $n\vec{c} + \vec{d}$ и $\vec{c}$ перпендикулярны.
233. Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Найдите:
- 1) $|\vec{a} - \vec{b}|$; 2) $|\vec{a} + 3\vec{b}|$.
234. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} = 3\vec{k} + \vec{p}$ и $\vec{b} = \vec{k} - 2\vec{p}$, если $|\vec{k}| = |\vec{p}| = 1$ и $\vec{k} \perp \vec{p}$.
235. Найдите косинусы углов, которые образует вектор $\overrightarrow{CD}$, если $C(2; -5)$, $D(-3; 7)$, с отрицательными направлениями координатных осей.
236. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами $A(-2; 3)$, $B(-1; 6)$, $C(5; 4)$ и $D(4; 1)$ является прямоугольником.
237. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами $A(1; 6)$, $B(5; 10)$, $C(9; 6)$ и $D(5; 2)$ является квадратом.
238. Каким треугольником: остроугольным, тупоугольным или прямоугольным — является треугольник ABC , если $A(-1; 2)$, $B(3; 7)$, $C(2; -1)$?
239. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, а векторы $3\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{a} - 4\vec{b}$ перпендикулярны.
240. Найдите геометрическое место точек $M(x; y)$ координатной плоскости таких, что для точек $A(1; 3)$ и $B(3; -5)$ выполняется равенство:
- 1) $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$; 2) $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 2$.
241. Составьте уравнение прямой, которая касается окружности с центром $O(2; 1)$ в точке $A(5; -3)$.
242. Составьте уравнение прямой, содержащей высоту BD треугольника ABC , если $A(-3; -1)$, $B(2; 4)$, $C(3; -2)$.
243. Точки M и N — середины сторон AB и CD квадрата $ABCD$ соответственно. Найдите косинус угла между прямыми AN и DM .

Движение (перемещение) фигуры.**Параллельный перенос**

- 244.** Дан ромб $ABCD$, диагонали которого пересекаются в точке O . Существует ли параллельный перенос, при котором: 1) сторона AB является образом стороны BC ; 2) сторона AB является образом стороны CD ; 3) отрезок AO является образом отрезка CO ? В случае утвердительного ответа укажите вектор, на который должен осуществляться параллельный перенос.

- 245.** Постройте образ треугольника ABC при параллельном переносе на вектор $\vec{a}$ (рис. 46).



- 246.** Постройте образы точек $D(-4; 2)$, $E(0; 3)$ и $F(-2; 0)$ при параллельном переносе на вектор $\vec{b}(-3; 0)$. Запишите координаты построенных точек.
- 247.** Найдите точки, являющиеся образами точек $M(4; -2)$ и $N(-2; 0)$ при параллельном переносе на вектор $\vec{a}(-4; 2)$. Образами каких точек при таком параллельном переносе являются точки $D(-6; -9)$ и $E(0; -4)$?
- 248.** Найдите вектор, при параллельном переносе на который образом точки $F(-6; 4)$ будет точка $K(3; -2)$, и вектор, при параллельном переносе на который образом точки K будет точка F .
- 249.** При параллельном переносе образом точки $M(-8; 6)$ является точка $T(3; -7)$. Какая точка является образом точки $P(-1; -9)$ при этом параллельном переносе?
- 250.** Вершинами треугольника ABC являются точки $A(3; -2)$, $B(0; 1)$ и $C(-3; 4)$. Выполнили параллельный перенос треугольника ABC , при котором образом точки A является точка B . Каковы координаты вершин полученного треугольника? Сделайте чертёж.

251. Точка $M(-5; 9)$ — середина отрезка AB , $A(3; 5)$. При параллельном переносе образом точки B является точка $B_1(4; -7)$. Найдите образы точек A и M при этом параллельном переносе.
252. Точки $B(0; 7)$, $C(4; -2)$ и $D(3; -4)$ являются вершинами параллелограмма $ABCD$. При параллельном переносе образом точки C является точка $C_1(-3; 1)$. Найдите образы точек A , B и D при таком параллельном переносе.
253. Найдите уравнение окружности, являющейся образом окружности $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 11$ при параллельном переносе на вектор $\vec{b}(-4; 1)$.
254. Выполнили параллельный перенос прямой $3x - 4y = 5$. Запишите уравнение полученной прямой, если она проходит через точку: 1) $O(0; 0)$; 2) $K(3; -2)$.

Осевая симметрия

255. Прямая a проходит через вершину B равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$). Можно ли утверждать, что прямая a является осью симметрии треугольника ABC ?
256. Даны прямая a и точка M , не принадлежащая ей (рис. 47). Постройте точку, симметричную точке M относительно прямой a .
257. Постройте образы отрезков AB и CD , изображённых на рисунке 48, при симметрии относительно прямой m .

Рис. 47

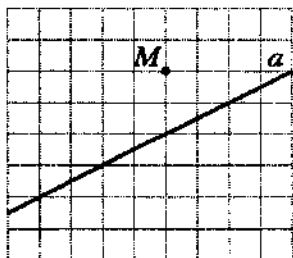
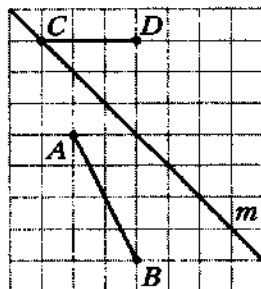
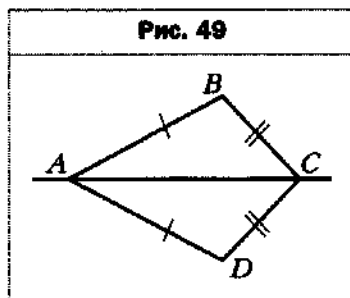


Рис. 48



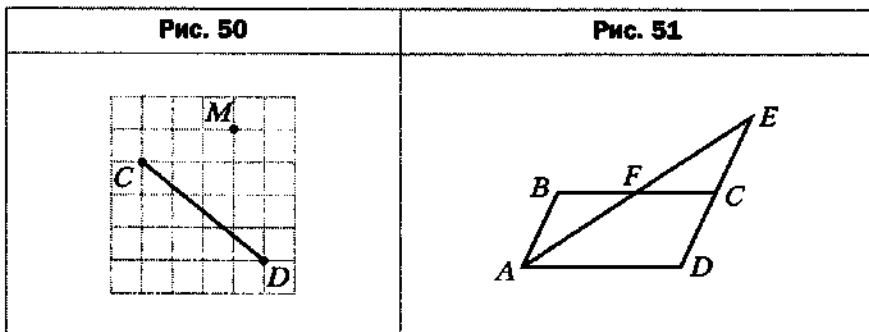
258. Начертите окружность радиусом 2 см и проведите прямую, не проходящую через её центр. Постройте окружность, симметричную данной относительно этой прямой.
259. Начертите равносторонний треугольник со стороной 2,5 см, проведите прямую, проходящую через одну из его вершин и не имеющую с треугольником других общих точек. Постройте треугольник, симметричный данному относительно этой прямой.
260. Начертите равносторонний треугольник ABC со стороной 3 см и проведите прямую n , пересекающую стороны AC и BC . Постройте треугольник, симметричный треугольнику ABC относительно прямой n .
261. В каком случае прямая m является осью симметрии прямой AB ?
262. На рисунке 49 $AB = AD$, $BC = CD$. Докажите, что точки B и D симметричны относительно прямой AC .
263. Докажите, что если прямая, проходящая через середины противоположных сторон параллелограмма, является его осью симметрии, то этот параллелограмм — прямоугольник.
264. Найдите координаты точки, симметричной точке $M(-2; 5)$ относительно: 1) оси абсцисс; 2) оси ординат.
265. Точки $A(3; y)$ и $B(x; -4)$ симметричны относительно: 1) оси абсцисс; 2) оси ординат. Найдите x и y .
266. Осями симметрии ромба являются прямые $x = 3$ и $y = -4$. Двумя его соседними вершинами являются точки $B(3; -1)$ и $C(5; -4)$. Найдите координаты остальных вершин ромба.
267. Найдите координаты точек, симметричных точкам $C(1; -2)$ и $D(0; -1)$ относительно прямой $y = -x$.
268. Осями симметрии прямоугольника являются прямые $y = -2$ и $x = 1$. Одна из его вершин имеет координаты $(4; -3)$. Найдите координаты остальных вершин прямоугольника.



- 269.** Диагонали ромба лежат на координатных осях. Найдите координаты вершин ромба, если середина одной из его сторон имеет координаты $(-3; 5)$.

Центральная симметрия. Поворот

- 270.** Отметьте точки A и B . Постройте точку B_1 , симметричную точке B относительно точки A .
- 271.** Даны отрезок CD и точка M (рис. 50). Постройте отрезок, симметричный отрезку CD относительно точки M .



- 272.** Начертите треугольник DEF и отметьте точку O , лежащую вне треугольника. Постройте треугольник, симметричный данному относительно точки O .
- 273.** Начертите угол ABC и отметьте точку O , принадлежащую лучу BA . Постройте угол, симметричный углу ABC относительно точки O .
- 274.** Может ли образом луча при центральной симметрии быть этот же луч?
- 275.** Найдите координаты точки, симметричной точке $A (-7; 3)$ относительно начала координат.
- 276.** Среди точек $A (2; 3)$, $B (3; 2)$, $C (-2; -3)$, $D (-3; 2)$, $E (2; -3)$ и $F (-2; 3)$ укажите пары точек, симметричных относительно начала координат.
- 277.** Симметричны ли точки $A (-3; 6)$ и $B (5; 4)$ относительно точки $P (-1; 5)$?
- 278.** Найдите координаты точки, относительно которой симметричны точки $A (-3; 8)$ и $B (-9; 6)$.

279. Найдите координаты точки C , симметричной точке $A (2; -4)$ относительно точки $B (3; 5)$.
280. Точки $A (5; y)$ и $B (x; -7)$ симметричны относительно точки $P (3; -8)$. Найдите x и y .
281. Запишите уравнение окружности, симметричной окружности $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 7$ относительно:
 1) начала координат; 2) точки $M (0; 3)$.
282. На рисунке 51 точки A и E симметричны относительно точки F , лежащей на стороне BC параллелограмма $ABCD$. Докажите, что точки E и D симметричны относительно точки C .
283. Запишите уравнение прямой, симметричной прямой $3x - 4y = 9$ относительно:
 1) начала координат; 2) точки $M (-1; -2)$.
284. Отметьте точки M и O . Постройте образ точки M при повороте вокруг центра O : 1) на угол 70° против часовой стрелки; 2) на угол 110° по часовой стрелке.
285. Даны отрезок AB и точка O (рис. 52). Постройте образ отрезка AB при повороте на угол 60° вокруг центра O против часовой стрелки.
286. Точка O — центр правильного треугольника ABC (рис. 53). Укажите образы точек A, M, O , стороны AC , отрезка OK при повороте вокруг точки O по часовой стрелке на угол 120° .

Рис. 52

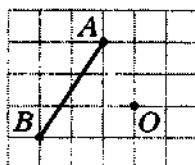
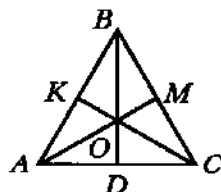


Рис. 53

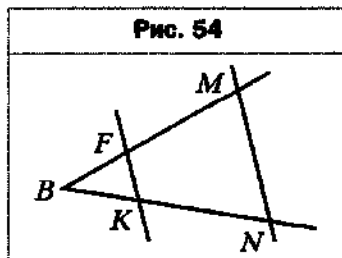


287. Проведите луч OB . Постройте образ этого луча при повороте на угол 50° по часовой стрелке вокруг: 1) точки K , принадлежащей лучу; 2) точки F , не принадлежащей лучу.

- 288.** Постройте точки, являющиеся образами точек $A(2; -1)$, $B(-3; 2)$, $D(0; -3)$, $E(6; 0)$ при повороте на угол 90° против часовой стрелки вокруг начала координат. Укажите координаты полученных точек.
- 289.** Образом точки $A(a; -2)$ при повороте вокруг начала координат на угол 90° по часовой стрелке является точка $B(b; 3)$. Найдите a и b .
- 290.** На какой наименьший угол надо повернуть правильный шестиугольник вокруг его центра, чтобы его образом был этот же шестиугольник?

Гомотетия. Подобие фигур

- 291.** Начертите отрезок CD длиной 4 см и отметьте точку M , не принадлежащую этому отрезку. Постройте отрезок, гомотетичный отрезку CD , с центром гомотетии в точке M и коэффициентом гомотетии: 1) $k = \frac{1}{2}$; 2) $k = -3$.
- 292.** Начертите острый угол и отметьте точку F , лежащую на одной из сторон этого угла. Постройте угол, гомотетичный данному, с центром гомотетии в точке F и коэффициентом гомотетии $k = 2$.
- 293.** Постройте прямоугольник, гомотетичный данному прямоугольнику, с центром гомотетии в точке пересечения его диагоналей и коэффициентом гомотетии: 1) $k = 3$; 2) $k = -1,5$.
- 294.** Отметьте точки P и D . Найдите такую точку M , чтобы точка P была образом точки D при гомотетии с центром M и коэффициентом гомотетии $k = -2$.
- 295.** Точка $C(-12; 18)$ — образ точки $F(-4; 6)$ при гомотетии с центром в начале координат. Найдите коэффициент гомотетии.
- 296.** Параллельные прямые пересекают стороны угла B в точках F, K, M и N (рис. 54).



- $BK : KN = 1 : 2$. Укажите коэффициент и центр гомотетии, при которой: 1) отрезок FK является образом отрезка MN ; 2) отрезок MN является образом отрезка FK .
297. Стороны двух квадратов относятся как 4 : 5. Как относятся их площади?
298. Сторона одного квадрата равна диагонали другого. Как относятся их площади?
299. Стороны двух правильных шестиугольников относятся как 3 : 5, а площадь меньшего из них равна 72 см^2 . Найдите площадь большего шестиугольника.
300. Соответственные стороны двух подобных многоугольников равны 8 см и 6 см. Площадь меньшего многоугольника равна 288 см^2 . Найдите площадь большего многоугольника.
301. Периметры подобных многоугольников относятся как 4 : 7, а разность их площадей равна 264 см^2 . Найдите площади многоугольников.
302. Площади двух правильных треугольников относятся как 4 : 7. Сторона меньшего треугольника равна 8 см. Найдите сторону большего треугольника.
303. Прямая, параллельная стороне AB треугольника ABC , делит его на две равновеликие фигуры. Найдите сторону AB , если отрезок прямой, содержащийся между сторонами треугольника, равен 4 см.
304. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите площадь трапеции, если $AD : BC = 5 : 3$, а площадь треугольника BFC равна 54 см^2 .
305. Точка K делит сторону BC квадрата $ABCD$ в отношении 3 : 2, считая от точки B . Отрезки AC и DK пересекаются в точке E . Найдите площадь треугольника CEK , если площадь треугольника ADE равна 50 см^2 .
306. Прямая, параллельная медиане CD треугольника ABC , пересекает стороны AB и AC в точках M и K соответственно. Площади треугольника AMK и четырёхугольника $BCKM$ относятся как 1 : 17. Найдите отрезок MK , если $CD = 9 \text{ см}$.

Вариант 3

Тригонометрические функции угла от 0° до 180°

1. Чему равен:

1) $\sin(180^\circ - \alpha)$, если $\sin \alpha = \frac{3}{8}$;

2) $\cos(180^\circ - \alpha)$, если $\cos \alpha = -\frac{5}{14}$;

3) $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{9}$;

4) $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha)$, если $\operatorname{ctg} \alpha = -6$?

2. Найдите значение выражения:

1) $5\sin 0^\circ + 3\cos 180^\circ$; 3) $\sin^2 24^\circ + \cos^2 24^\circ$;

2) $9\sin 90^\circ - 2\operatorname{tg} 180^\circ$; 4) $\cos^2 65^\circ + \sin^2 115^\circ$.

3. Найдите:

1) $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{6}$ и $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$;

2) $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{7}$;

3) $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{3}{8}$.

4. Сравните с нулём значение выражения:

1) $\cos 14^\circ \operatorname{tg} 102^\circ$; 2) $\cos 175^\circ \sin 180^\circ \operatorname{ctg} 12^\circ$.

5. Найдите значение выражения:

1) $\sin 150^\circ \cos 135^\circ \operatorname{tg} 120^\circ$;

2) $\operatorname{ctg}^2 150^\circ - 2\sin^2 135^\circ + 6\sin 0^\circ \operatorname{tg} 179^\circ$.

6. Найдите значение выражения, не пользуясь таблицей и калькулятором:

1) $\frac{\cos 11^\circ}{\cos 169^\circ} - \frac{\sin 112^\circ}{\sin 68^\circ}$; 2) $\frac{\operatorname{tg} 133^\circ}{\operatorname{tg} 47^\circ} - \frac{\operatorname{ctg} 152^\circ}{\operatorname{ctg} 128^\circ}$.

Теорема косинусов

7. Найдите сторону AB треугольника ABC , если:

1) $BC = 5$ см, $AC = 4\sqrt{2}$ см, $\angle C = 45^\circ$;

2) $BC = 8$ см, $AC = 3\sqrt{3}$ см, $\angle C = 150^\circ$.

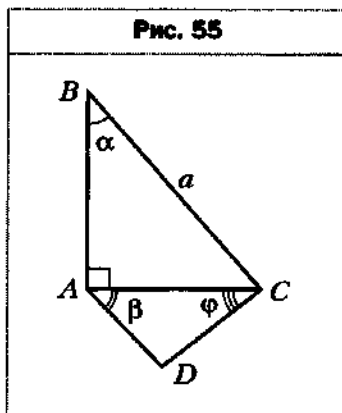
8. Найдите косинус меньшего угла треугольника, стороны которого равны 9 см, 10 см и 15 см.
9. Определите, остроугольным, прямоугольным или тупоугольным является треугольник, стороны которого равны:
 - 1) 5 см, 8 см и 10 см;
 - 2) 9 см, 10 см и 12 см;
 - 3) 25 см, 24 см и 7 см.
10. Стороны параллелограмма равны 7 см и $6\sqrt{2}$ см, а один из углов равен 45° . Найдите диагонали параллелограмма.
11. Две стороны треугольника равны 5 см и 13 см, а синус угла между ними равен $\frac{2\sqrt{6}}{5}$. Найдите третью сторону треугольника.
12. Центр окружности, вписанной в треугольник ABC , удалён на 2 см и на $3\sqrt{3}$ см от вершин A и B соответственно. Найдите сторону AB , если $\angle C = 120^\circ$.
13. На сторонах AB и AC прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) отмечены соответственно такие точки M и K , что $AM = 4$ см, $KC = 3$ см. Найдите отрезок KM , если $AC = 6$ см, $BC = 2\sqrt{55}$ см.
14. На продолжении стороны AC треугольника ABC за точку A отметили точку M , а на продолжении стороны BC за точку B — точку N . Найдите отрезок MN , если $AM = 1$ см, $CN = 10$ см, $AB = 7$ см, $BC = 5$ см, $AC = 6$ см.
15. Две стороны треугольника относятся как 7 : 8, а угол между ними равен 120° . Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 84 см.
16. Две стороны треугольника равны 6 см и 14 см, а угол, противолежащий большей из них, — 120° . Найдите третью сторону треугольника.
17. Для сторон a , b и c треугольника выполняется равенство $b^2 = a^2 + c^2 + ac\sqrt{2}$. Докажите, что угол, противолежащий стороне b , равен 135° .
18. Стороны параллелограмма равны 15 см и 30 см, а его диагонали относятся как 9 : 13. Найдите диагонали параллелограмма.

19. Одна из сторон параллелограмма на 4 см меньше другой, а его диагонали равны 14 см и 12 см. Найдите стороны параллелограмма.
20. В четырёхугольнике $ABCD$ $AB = CD = 13$ см, $BC = 11$ см, $AD = 21$ см. Найдите диагональ BD , если около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.
21. В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) $AB = 7$ см, $BC = 8$ см, $CD = 11$ см, $AD = 14$ см. Найдите косинус угла D трапеции.
22. Стороны треугольника равны 9 см, 16 см и 20 см. Найдите биссектрису треугольника, проведённую из вершины его наименьшего угла.
23. Стороны треугольника равны 6 см, 7 см и 11 см. Найдите медиану треугольника, проведённую к его наибольшей стороне.
24. Основание равнобедренного треугольника равно 10 см, а медиана, проведённая к боковой стороне, — 8 см. Найдите боковую сторону треугольника.
25. Стороны треугольника равны $5\sqrt{2}$ см и 2 см, а угол между ними — 45° . Найдите медиану треугольника, проведённую к его третьей стороне.
26. В треугольнике ABC $AB = 14$ см, $AC = 22$ см. Найдите сторону BC и медиану AM , если $AM : BC = 3 : 7$.
27. Сторона треугольника равна 20 см, а медианы, проведённые к двум другим сторонам, — 21 см и 24 см. Найдите третью медиану треугольника.

Теорема синусов

28. В треугольнике ABC $AB = 7\sqrt{2}$ см, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$. Найдите сторону AC .
29. В треугольнике ABC $AB = 9\sqrt{3}$ см, $\angle B = 75^\circ$, $\angle C = 60^\circ$. Найдите сторону BC .
30. Найдите угол B треугольника ABC , если:
 - 1) $AC = 2$ см, $BC = \sqrt{6}$ см, $\angle A = 60^\circ$;
 - 2) $AC = 9$ см, $BC = 3\sqrt{3}$ см, $\angle A = 30^\circ$.Сколько решений в каждом случае имеет задача?

31. В треугольнике ABC $AC = 4$ см, $BC = 2$ см. Может ли $\sin A$ быть равным $\frac{3}{5}$?
32. В треугольнике ABC $AC = 5\sqrt{2}$ см, $\angle B = 45^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .
33. Сторона треугольника равна 10 см, а радиус описанной около него окружности — также 10 см. Чему равен угол треугольника, противолежащий данной стороне?
34. Две стороны треугольника равны 5 см и 6 см. Найдите третью сторону треугольника, если она относится к радиусу описанной окружности как $\sqrt{3} : 1$.
35. В треугольнике ABC $\angle A = 48^\circ$, $\angle C = 87^\circ$, отрезок CE — высота треугольника. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если радиус окружности, описанной около треугольника AEC , равен $2\sqrt{2}$ см.
36. В треугольнике ABC $AC = b$, $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$. Найдите стороны AB и BC .
37. На рисунке 55 $\angle BAC = 90^\circ$, $BC = a$, $\angle B = \alpha$, $\angle DAC = \beta$, $\angle DCA = \phi$. Найдите отрезок DC .
38. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна b , а угол при вершине равен α . Найдите основание треугольника и биссектрису треугольника, проведённую из вершины угла при основании.
39. В треугольнике ABC провели биссектрису AF . Найдите стороны треугольника ABC , если $AF = m$, $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$.
40. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если радиус окружности, описанной около треугольника BHC , равен 7 см.



41. Найдите радиус окружности, описанной около равнобедренного треугольника с основанием 16 см и боковой стороной 17 см.
42. Основания равнобокой трапеции равны 2 см и 12 см, а боковая сторона — 13 см. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции.
43. Диагонали равнобокой трапеции перпендикулярны. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции, если её боковая сторона равна $7\sqrt{2}$ см.
44. В равнобокой трапеции диагональ является биссектрисой тупого угла, а основания относятся как 3 : 13. Найдите диагональ трапеции, если радиус окружности, описанной около трапеции, равен 13 см.
45. На стороне AC треугольника ABC отметили точку K . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABK , если радиус окружности, описанной около треугольника BKC , равен 18 см, $AB = 7$ см, $BC = 21$ см.

Решение треугольников

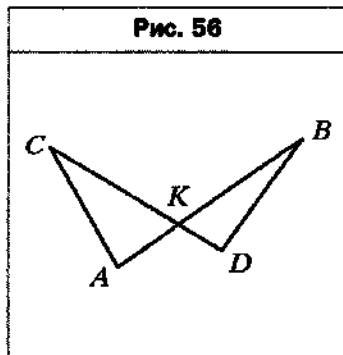
46. Найдите неизвестные стороны и углы треугольника ABC , если:
- 1) $AC = 10$ см, $\angle C = 76^\circ$, $\angle B = 62^\circ$;
 - 2) $AB = 7$ см, $BC = 11$ см, $\angle B = 96^\circ$;
 - 3) $AB = 7$ см, $BC = 11$ см, $AC = 16$ см;
 - 4) $AB = 18$ см, $BC = 20$ см, $\angle A = 110^\circ$;
 - 5) $AB = 12$ см, $BC = 15$ см, $\angle A = 50^\circ$;
 - 6) $AB = 14$ см, $BC = 9$ см, $\angle A = 25^\circ$;
 - 7) $AB = 28$ см, $BC = 12$ см, $\angle A = 35^\circ$.
47. В треугольнике ABC $AC = CB = 10$ см, $\angle A = 70^\circ$. Найдите: 1) сторону AB ; 2) высоту BK ; 3) медиану BM ; 4) биссектрису AD ; 5) радиус описанной окружности треугольника ABC ; 6) радиус вписанной окружности треугольника ABC .
48. Диагональ равнобокой трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) равна 6 см, $\angle CAD = 42^\circ$, $\angle BAD = 74^\circ$. Найдите: 1) стороны

трапеции; 2) радиус окружности, описанной около треугольника ABC .

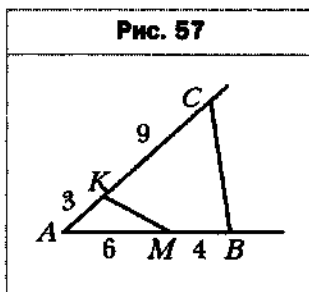
49. Большая сторона треугольника равна 4 см, а вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, градусные меры которых относятся как $3 : 4 : 11$. Найдите неизвестные стороны треугольника.
50. Меньшая сторона треугольника равна 7 см. В треугольник вписана окружность, которая делится точками касания со сторонами на дуги, градусные меры которых относятся как $9 : 10 : 11$. Найдите неизвестные стороны треугольника.

Формулы для нахождения площади треугольника

51. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 6 см и 5 см, а угол между ними равен: 1) 60° ; 2) 135° .
52. Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны 8 см и 6 см, а угол между ними — 45° .
53. Стороны параллелограмма равны 6 см и 9 см. Может ли его площадь быть равной 55 см^2 ?
54. Найдите площадь ромба, сторона которого равна $5\sqrt{3}$ см, а один из углов — 120° .
55. Две стороны треугольника равны 5 см и 12 см. Может ли его площадь быть равной: 1) 24 см^2 ; 2) 42 см^2 ?
56. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 45° , а его площадь — $20\sqrt{2} \text{ см}^2$. Найдите боковую сторону треугольника.
57. Отрезки AB и CD пересекаются в точке K (рис. 56), $AK = \frac{1}{2}KB$, $CK = 3KD$. Найдите отношение площадей треугольников AKC и BKD .



58. На сторонах угла A отложены отрезки $AM = 6$ см, $MB = 4$ см, $AK = 3$ см, $KC = 9$ см (рис. 57). Найдите отношение площадей треугольника AMK и четырёхугольника $BCKM$.
59. Найдите площадь треугольника со сторонами 7 см, 15 см и 20 см.



60. Три окружности, радиусы которых равны 6 см, 2 см и 1 см, попарно касаются друг друга внешним образом. Найдите площадь треугольника, вершинами которого являются центры этих окружностей.
61. Стороны треугольника равны 11 см, 13 см и 20 см. Найдите наименьшую высоту треугольника, радиусы его вписанной и описанной окружностей.
62. В треугольник со сторонами 17 см, 25 см и 26 см вписана окружность, центр которой соединён с вершинами треугольника. Найдите площади трёх образовавшихся треугольников.
63. Биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки длиной 6 см и 10 см. Большая из двух других сторон равна 25 см. Найдите площадь треугольника.
64. Один из углов ромба в 2 раза больше другого, а его сторона равна 6 см. Найдите площадь ромба.
65. Площадь прямоугольника равна $49\sqrt{3}$ см², а угол между его диагоналями — 60° . Найдите стороны прямоугольника.
66. Диагонали четырёхугольника равны 5 см и 10 см, а угол между ними — 45° . Найдите площадь четырёхугольника.
67. Диагонали четырёхугольника равны 8 см и 9 см, а его площадь — 18 см². Найдите угол между диагоналями четырёхугольника.
68. Сторона квадрата равна 2 см. На сторонах квадрата во внешнюю сторону построены равносторонние треугольники. Найдите площадь четырёхугольника, вершинами

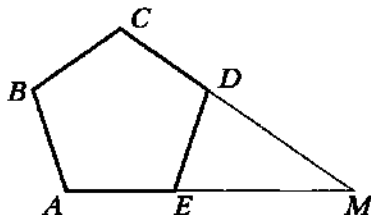
которого являются вершины квадратов, не принадлежащих данному треугольнику.

69. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке K . Площади треугольников AKB , AKD и CKD соответственно равны 4 см^2 , 12 см^2 и 9 см^2 . Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.
70. В окружность вписан четырёхугольник, стороны которого последовательно равны 7 см , 24 см , 20 см и 15 см . Найдите площадь четырёхугольника.

Правильные многоугольники и их свойства

71. Найдите углы правильного восемнадцатиугольника.
72. Найдите количество сторон правильного многоугольника, если: 1) его угол равен 177° ; 2) угол, смежный с углом многоугольника, равен 12° .
73. На рисунке 58 изображён правильный пятиугольник $ABCDE$, M — точка пересечения прямых AE и CD . Найдите угол AMC .

Рис. 58



74. Определите количество сторон правильного многоугольника, если угол, смежный с углом многоугольника, в 2 раза меньше угла многоугольника.
75. Найдите центральный угол правильного сорокаугольника.
76. Центральный угол правильного многоугольника равен 20° . Найдите количество сторон многоугольника.

77. Пусть a_6 — сторона правильного шестиугольника, R и r — соответственно радиусы описанной и вписанной его окружностей. Заполните таблицу (размеры даны в сантиметрах):

a_6	R	r
8		
	3	
		$4\sqrt{3}$

78. Найдите радиусы описанной около правильного треугольника и вписанной в него окружностей, если их разность равна 9 см.
79. Найдите отношение площадей правильных четырёхугольника и шестиугольника, стороны которых равны.
80. Найдите площадь правильного шестиугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 8 см.
81. Отрезки AB , BC и CD — три последовательные стороны правильного многоугольника. Продолжения сторон AB и CD пересекаются в точке N , $\angle BNC = 170^\circ$. Найдите количество сторон данного правильного многоугольника.
82. Наибольшая диагональ правильного шестиугольника равна 10 см. Чему равен радиус: 1) описанной около него окружности; 2) вписанной в него окружности?
83. В правильный шестиугольник со стороной $4\sqrt{3}$ см вписана окружность. Найдите сторону правильного треугольника, вписанного в эту окружность.
84. Радиус окружности, описанной около правильного многоугольника, равен 12 см, а сторона многоугольника — $12\sqrt{3}$ см. Найдите радиус окружности, вписанной в многоугольник, и количество его сторон.
85. В окружность радиуса 18 см вписан правильный шестиугольник. В этот шестиугольник вписана окружность, а в окружность — правильный треугольник. Найдите сторону треугольника.

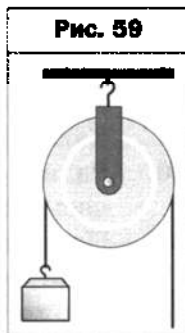
86. Около правильного треугольника со стороной a описана окружность. Около этой окружности описан квадрат. Найдите радиус описанной около квадрата окружности.
87. В окружность радиуса $6\sqrt{3}$ см вписан правильный треугольник. На его высоте как на стороне построен правильный шестиугольник, и в него вписана окружность. Найдите радиус этой окружности.
88. Радиус окружности, вписанной в правильный восьмиугольник $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$, равен 4 см. Найдите диагонали A_1A_3 , A_1A_4 и A_1A_5 .
89. Найдите сторону правильного двенадцатиугольника $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8A_9A_{10}A_{11}A_{12}$, если его диагональ A_2A_4 равна 6 см.
90. Сторона правильного шестиугольника равна 3 см. Его стороны, взятые через одну, продлили до пересечения так, что образовался правильный треугольник. Найдите сторону этого треугольника.

Длина окружности. Площадь круга

91. Найдите длину окружности, радиус которой равен 5 см.
92. Найдите площадь круга, радиус которого равен: 1) 6 см; 2) $\frac{7}{\sqrt{\pi}}$ см.
93. Чему равен радиус окружности, длина которой равна 5π см?
94. Найдите радиус круга, площадь которого равна 16π см².
95. Радиус окружности уменьшили: 1) в 6 раз; 2) на 6 см. Как при этом изменилась длина окружности?
96. Радиус круга уменьшили в 9 раз. Как при этом изменилась площадь круга?
97. Площади двух кругов относятся как 25 : 36. Чему равно отношение их радиусов?
98. Найдите площадь круга, длина окружности которого равна 10π см.
99. Найдите площадь кольца, расположенного между двумя окружностями, имеющими общий центр, радиусы которых равны 3 см и 7 см.

100. Найдите длину окружности и площадь круга, вписанных в правильный треугольник со стороной 6 см.
101. Найдите отношение площадей вписанного в правильный четырёхугольник и описанного около него кругов.
102. Найдите площадь круга, описанного около равнобедренного треугольника с основанием 8 см и углом 120° при вершине.
103. Найдите площадь круга, вписанного в равнобедренный треугольник, основание которого равно 30 см, а боковая сторона — 17 см.
104. Стороны треугольника равны 13 см, 20 см и 21 см. Найдите площади описанного около него и вписанного в него кругов.
105. Площадь круга, вписанного в прямоугольную трапецию, равна 16π см², а угол трапеции равен 150° . Найдите площадь трапеции.
106. Постройте окружность, длина которой равна сумме длин двух данных окружностей.
107. В полукруг, диаметр которого равен 20 см, вписан прямоугольный треугольник, гипотенуза которого совпадает с диаметром полукруга, а один из катетов равен $10\sqrt{3}$ см. Найдите площадь части полукруга, расположенной вне треугольника.
108. Два круга имеют общую хорду. Найдите отношение площадей этих кругов, если из центра первого круга эта хорда видна под углом 60° , а из центра второго — под углом 90° .
109. Стороны треугольника равны 10 см, 17 см и 21 см. В треугольник вписан полукруг, центр которого лежит на большей стороне треугольника. Найдите площадь полукруга.
110. Груз поднимают с помощью блока (рис. 59). На сколько метров поднимется груз за 8 оборотов блока, если радиус блока равен 8 см? Ответ округлите до десятых.
111. На катушку, радиус которой равен 3,5 см, намотано 70 см проволоки. Сколько сделано полных витков?

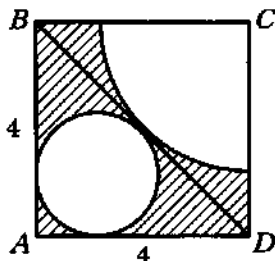
Рис. 59



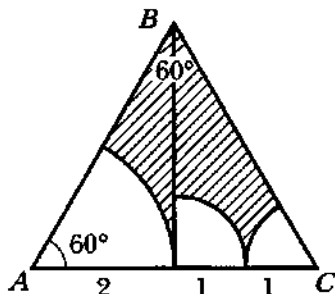
112. Диаметр колеса велосипеда равен 0,7 м. Найдите скорость велосипедиста в километрах в час, если за одну минуту колесо делает 100 оборотов. Ответ округлите до единиц.
113. Радиус окружности равен 8 см. Найдите длину дуги окружности, градусная мера которой равна: 1) 35° ; 2) 315° .
114. Длина дуги окружности равна 20π см, а её градусная мера — 15° . Найдите радиус окружности.
115. Длина дуги окружности равна π см. Найдите градусную меру дуги окружности, если радиус окружности равен 40 см.
116. Начертите окружность радиусом 4 см. Отметьте на ней точки A и B так, чтобы длина дуги AB была равной 3π см.
117. Длина первой окружности, радиус которой 12 см, равна длине дуги второй окружности, градусная мера которой 135° . Найдите радиус второй окружности.
118. На катете BC прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) как на диаметре построена полуокружность, которая пересекает гипотенузу. Найдите длину дуги этой полуокружности, расположенной вне треугольника, если $\angle B = 54^\circ$, $BC = 8$ см.
119. В треугольнике ABC $AB = 6$ см, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 80^\circ$. Окружность с центром B касается стороны AC . Найдите длину дуги этой окружности, принадлежащей треугольнику.
120. Радиус круга равен 4 см. Найдите площадь сектора, если градусная мера его дуги равна 100° .
121. Какую часть площади круга составляет площадь сектора, если соответствующий сектору центральный угол равен 240° ?
122. Площадь сектора составляет $\frac{9}{20}$ площади круга. Найдите центральный угол, соответствующий данному сектору.
123. Найдите радиус круга, если площадь сектора этого круга равна 60π см², а центральный угол, соответствующий этому сектору, — 54° .

- 124.** Найдите площадь круга, вписанного в сектор круга радиуса 20 см с хордой 10 см.
- 125.** Найдите площадь заштрихованной фигуры, изображённой на рисунке 60 (длины отрезков даны в сантиметрах).

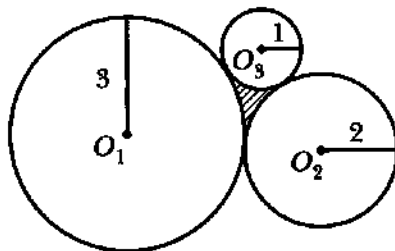
Рис. 60



а



б



в

- 126.** Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен $6\sqrt{3}$ см. На стороне этого треугольника как на диаметре построен полукруг, лежащий в той же полуплоскости, что и треугольник. Определите площадь части треугольника, находящейся вне полукруга.
- 127.** Найдите площадь кругового сегмента, если радиус круга равен 10 см, а градусная мера дуги сегмента равна: 1) 120° ; 2) 240° .
- 128.** Найдите площадь кругового сегмента, если его основание равно 8 см, а градусная мера дуги сегмента равна: 1) 60° ; 2) 225° .
- 129.** Радиус круга равен 12 см. В нём проведена хорда, равная стороне правильного шестиугольника, вписанного

в этот круг. Найдите площадь большего из сегментов, основанием которых является эта хорда.

- 130.** Радиус круга равен 2 см. По разные стороны от центра круга проведены две параллельные хорды, равные соответственно сторонам правильного треугольника и правильного шестиугольника, вписанных в данный круг. Найдите площадь части круга, находящейся между хордами.

Расстояние между двумя точками с заданными координатами.

Координаты середины отрезка

- 131.** Найдите расстояние между точками A и B , если:
1) $A (-1; 2)$, $B (-7; 10)$; 2) $A (2; -3)$, $B (2; 6)$.
- 132.** Докажите, что точки $A (1; 3)$, $B (-2; -3)$ и $C (3; 7)$ лежат на одной прямой. Какая из точек лежит между двумя другими?
- 133.** Вершинами треугольника являются точки $A (-3; 1)$, $B (2; -5)$ и $C (3; 6)$. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.
- 134.** Найдите координаты середины отрезка AB , если:
1) $A (2; -7)$, $B (6; -3)$; 2) $A (-9; -5)$, $B (-1; 4)$.
- 135.** Точка M — середина отрезка KN . Найдите координаты точки K , если $N (-4; 5)$, $M (1; 2)$.
- 136.** Точки $B_1 (-2; 3)$ и $A_1 (5; -1)$ — середины сторон AC и BC треугольника ABC соответственно. Вершина B имеет координаты $(1; 7)$. Найдите координаты вершин A и C .
- 137.** В треугольнике ABC $A (1; -8)$, $B (3; -4)$, $C (2; -5)$. Найдите среднюю линию MN треугольника ABC , где точки M и N — середины сторон AC и AB соответственно.
- 138.** Расстояние между точками $A (x; -7)$ и $B (4; 2)$ равно 15. Найдите x .
- 139.** На оси абсцисс найдите точку, равноудалённую от точек $A (-4; 1)$ и $B (2; -5)$.
- 140.** На прямой, содержащей биссектрисы первого и третьего координатных углов, найдите точку, равноудалённую от точек $A (5; 4)$ и $B (2; 1)$.

141. Найдите координаты точки, делящей отрезок AB в отношении $1 : 3$, считая от точки A , если $A (1; -3)$, $B (-7; 13)$.
142. Четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм, $A (-5; 3)$, $C (6; -4)$, $D (-4; 6)$. Найдите координаты вершины B .
143. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A (2; -3)$, $B (-4; -1)$, $C (1; -1)$ и $D (7; -3)$ является параллелограммом.
144. Найдите длину отрезка, концы которого лежат на осях координат, а серединой является точка $K (-5; 12)$.
145. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A (-3; 6)$, $B (1; 10)$, $C (4; 7)$ и $D (0; 3)$ является прямоугольником.
146. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A (2; 4)$, $B (3; 7)$, $C (6; 6)$ и $D (5; 3)$ является квадратом.
147. Найдите координаты вершины B равностороннего треугольника ABC , если известны координаты вершин $A (0; -1)$ и $C (0; 3)$.
148. Точки $A_1 (-2; 1)$, $B_1 (4; -3)$ и $C_1 (-1; 5)$ — середины сторон некоторого треугольника. Найдите координаты его вершин.

Уравнение окружности

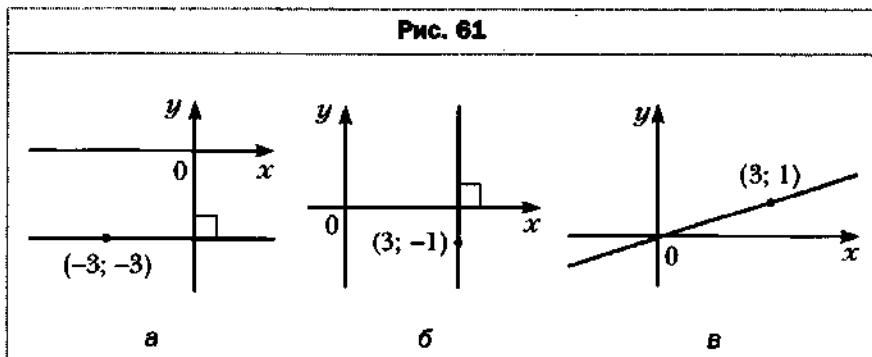
149. Определите по уравнению окружности координаты её центра и радиус:
- 1) $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 49$; 3) $(x - 6)^2 + (y + 15)^2 = 81$;
 2) $(x + 7)^2 + (y + 1)^2 = 36$; 4) $x^2 + (y - 9)^2 = 2$.
150. Составьте уравнение окружности, если известны координаты её центра M и радиус R :
- 1) $M (1; -4)$, $R = 2$; 3) $M (1; -1)$, $R = \sqrt{11}$.
 2) $M (0; -5)$, $R = 3$;
151. Составьте уравнение окружности с центром в точке $M (1; -4)$, проходящей через точку $A (0; 3)$.
152. Составьте уравнение окружности, диаметром которой является отрезок AB , если $A (-4; 7)$, $B (2; 5)$.
153. Составьте уравнение окружности, радиусом которой является отрезок KP , если $K (-2; 3)$, $P (5; -2)$.

154. Составьте уравнение окружности с центром в точке $A(-4; 2)$, которая касается оси ординат.
155. Составьте уравнение окружности, проходящей через точку $A(1; -5)$, центр которой принадлежит оси абсцисс, а радиус равен 13.
156. Докажите, что данное уравнение является уравнением окружности, и укажите координаты центра и радиус этой окружности:
 1) $x^2 + y^2 + 6x - 14y - 5 = 0$; 2) $x^2 + y^2 + x = 0$.
157. Найдите координаты центра и радиус окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 - 18x + 2y + 50 = 0$. Определите положение точек $A(5; -1)$, $B(2; 4)$ и $C(13; -5)$ относительно этой окружности.

Уравнение прямой

158. Найдите координаты точек пересечения прямой $5x - 2y = -10$ с осями координат. Принадлежит ли этой прямой точка: 1) $A(2; 10)$; 2) $B(1; 7)$?
159. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $N(2; -9)$ и параллельной: 1) оси абсцисс; 2) оси ординат.
160. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $A(-2; 1)$ и $B(3; -4)$.
161. Запишите уравнение прямой, изображённой на рисунке 61.

Рис. 61



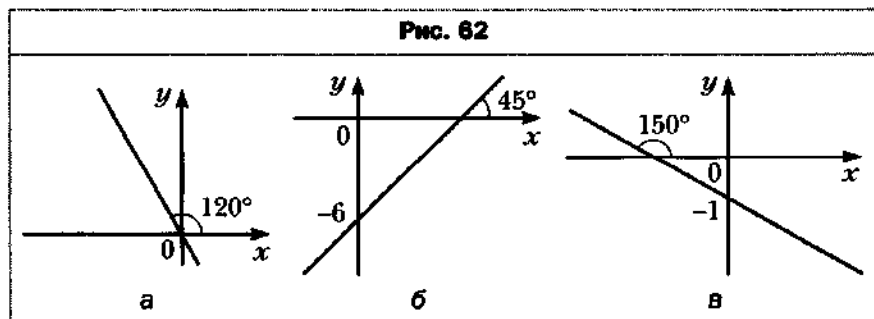
162. Найдите координаты точки пересечения прямых $4x - 5y = 2$ и $2x + 7y = 3$.

- 163.** Точки $A(-6; 21)$, $B(2; -7)$ и $C(0; -4)$ — вершины треугольника ABC . Составьте уравнение прямой, содержащей медиану CM треугольника ABC .
- 164.** При каком значении a точки $A(2a; -3)$, $B(1; -2)$ и $C(3; 4)$ лежат на одной прямой?
- 165.** Докажите, что окружность $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 20$ и прямая $x - y = 3$ пересекаются, и найдите координаты точек их пересечения.
- 166.** Найдите расстояние от начала координат до прямой $4x - y = 8$.
- 167.** Составьте уравнение геометрического места центров окружностей, проходящих через точки $A(6; -8)$ и $B(10; -2)$.

Угловой коэффициент прямой

- 168.** Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $K(2; -3)$, угловой коэффициент которой равен: 1) -4 ; 2) 0 .
- 169.** Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки:
1) $A(5; -4)$ и $B(1; -6)$; 2) $A(1; 1)$ и $B(-3; 1)$.
- 170.** Составьте уравнение прямой, которая проходит через точку $M(4; -2)$ и параллельна прямой $y = 3x + 1$.
- 171.** Составьте уравнение прямой, которая проходит через точку $A(1; -2)$ и образует с положительным направлением оси абсцисс угол: 1) 60° ; 2) 150° .
- 172.** Запишите уравнение прямой, изображённой на рисунке 62.

Рис. 62



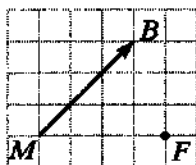
173. Среди данных прямых укажите пары параллельных прямых:

- 1) $2x + 3y = 5$; 4) $10x + 15y = 11$;
- 2) $4x - 3y = -1$; 5) $8x - 6y = -7$.
- 3) $8x + 12y = 9$;

Понятие вектора

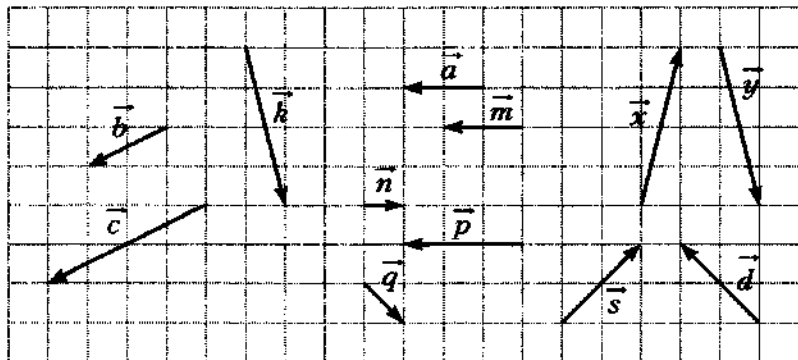
174. На рисунке 63 изображён вектор $\overrightarrow{MB}$. Укажите начало и конец этого вектора. Отложите от точки F вектор, равный вектору $\overrightarrow{MB}$, и вектор, противоположно направленный вектору $\overrightarrow{MB}$, модуль которого равен модулю вектора $\overrightarrow{MB}$.

Рис. 63



175. Какие из векторов, изображённых на рисунке 64: 1) равны; 2) сонаправлены; 3) противоположно направлены; 4) коллинеарны; 5) имеют равные модули?

Рис. 64



- 176.** Четырёхугольник $ABCD$ — прямоугольник (рис. 65). Укажите вектор, равный вектору: 1) $\overrightarrow{AB}$; 2) $\overrightarrow{BA}$; 3) $\overrightarrow{OC}$; 4) $\overrightarrow{OA}$.
- 177.** В прямоугольнике $ABCD$ $CD = 6$ см, $AC = 10$ см, O — точка пересечения диагоналей. Найдите: 1) $|\overrightarrow{AB}|$; 2) $|\overrightarrow{BO}|$; 3) $|\overrightarrow{AD}|$.

Координаты вектора

- 178.** Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если:
1) $A(3; -4)$, $B(9; -2)$; 2) $A(0; -2)$, $B(4; 0)$.
- 179.** Даны точки $A(4; -2)$, $B(x; 1)$, $C(5; y)$, $D(2; -3)$. Найдите x и y , если $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- 180.** Найдите координаты вектора $\overrightarrow{KB}$ (рис. 66).

Рис. 65

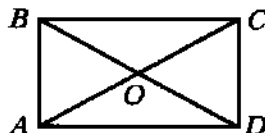
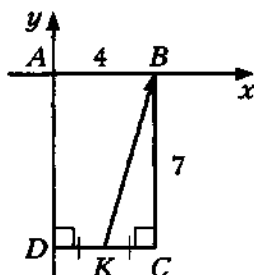


Рис. 66



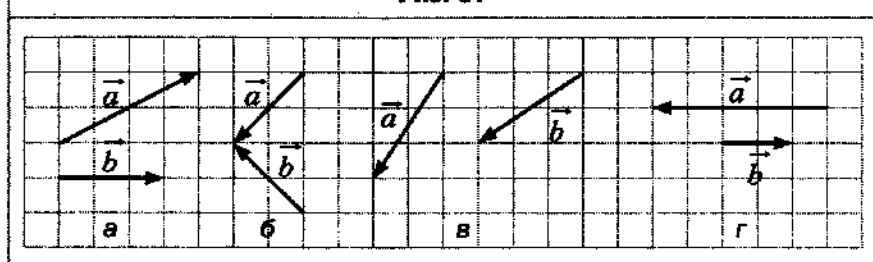
- 181.** От точки $M(-2; 4)$ отложен вектор $\vec{n}(4; -6)$. Найдите координаты конца вектора $\vec{n}$.
- 182.** Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(3; -7)$, $B(2; 4)$, $C(-5; 1)$, $D(-4; -10)$ является параллелограммом.
- 183.** Даны координаты трёх вершин параллелограмма $ABCD$: $A(1; 2)$, $C(-2; 4)$, $D(7; -1)$. Найдите координаты вершины B .
- 184.** Среди векторов $\vec{a}(8; -6)$, $\vec{b}(1; -7)$, $\vec{c}(\sqrt{10}; 3\sqrt{10})$, $\vec{d}(5; 5)$, $\vec{e}(4; -2)$, $\vec{f}(-3; 6)$ найдите те, которые имеют равные модули.

185. Модуль вектора $\vec{a}(-15; y)$ равен 17. Найдите y .
186. Модуль вектора $\vec{b}$ равен 6, а его координаты равны. Найдите координаты вектора $\vec{b}$.
187. Модуль вектора $\vec{k}(x; y)$ равен $\sqrt{17}$, а координата x этого вектора больше координаты y на 3. Найдите координаты вектора $\vec{k}$.

Сложение и вычитание векторов

188. С помощью правила треугольника постройте сумму векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, изображённых на рисунке 67.

Рис. 67

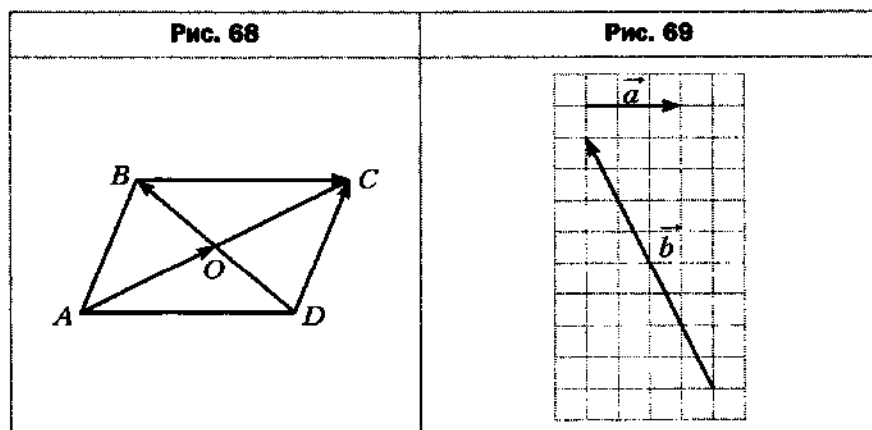


189. С помощью правила параллелограмма постройте сумму векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, изображённых на рисунке 67.
190. Для векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, изображённых на рисунке 67, постройте вектор $\vec{a} - \vec{b}$.
191. Четырёхугольник $ABCD$ — ромб, O — точка пересечения его диагоналей. Среди данных пар векторов укажите пары противоположных векторов:
- 1) $\vec{AC}$ и $\vec{BD}$;
 - 2) $\vec{CB}$ и $\vec{DA}$;
 - 3) $\vec{OA}$ и $\vec{OC}$;
 - 4) $\vec{BO}$ и $\vec{CO}$;
 - 5) $\vec{AC}$ и $\vec{CA}$;
 - 6) $\vec{BA}$ и $\vec{CD}$.
192. Четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм. Найдите:
- 1) $\vec{BA} - \vec{BC} + \vec{AD}$;
 - 2) $\vec{BC} + \vec{BA} + \vec{DB}$;
 - 3) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CB} - \vec{DA}$.

- 193.** Может ли быть нулевым вектором сумма трёх векторов, модули которых равны:
 1) 3; 7; 11; 2) 6; 7; 12; 3) 8; 7; 15?
- 194.** Даны векторы $\vec{a}(-6; 1)$ и $\vec{b}(5; -3)$. Найдите:
 1) $\vec{a} + \vec{b}$; 2) $\vec{a} - \vec{b}$; 3) $|\vec{a} + \vec{b}|$; 4) $|\vec{a} - \vec{b}|$.
- 195.** Даны точки $A(-2; 3)$ и $B(6; 5)$. Найдите координаты точки C такой, что $\vec{BC} + \vec{AC} = \vec{0}$.
- 196.** Найдите координаты векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если их сумма имеет координаты $(6; -3)$, а разность — $(-1; 4)$.
- 197.** Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O (рис. 68). Выразите векторы $\vec{BC}$ и $\vec{DC}$ через векторы $\vec{AO} = \vec{a}$ и $\vec{OB} = \vec{b}$.
- 198.** Даны векторы $\vec{a}(2; -5)$, $\vec{b}(x; -3)$, $\vec{c}(4; 1)$. Найдите наименьшее значение модуля вектора $\vec{c} - \vec{b} - \vec{a}$.
- 199.** Найдите геометрическое место точек $C(x; y)$ координатной плоскости таких, что для точек $A(3; -5)$ и $B(-6; 7)$ выполняется равенство $|\vec{AC}| = |\vec{AB}|$.

Умножение вектора на число

- 200.** Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 69). Постройте вектор:
 1) $-3\vec{a}$; 2) $\frac{3}{4}\vec{b}$; 3) $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$.



201. Постройте два неколлинеарных вектора $\vec{c}$ и $\vec{d}$. Отметьте произвольную точку и отложите от неё вектор:

1) $-\vec{c} + 4\vec{d}$; 2) $\frac{1}{5}\vec{c} - \frac{2}{3}\vec{d}$.

202. $|\vec{c}| = 0,8$. Чему равен модуль вектора: 1) $5\vec{c}$; 2) $-0,3\vec{c}$?

203. Найдите модуль вектора $\vec{x} = -4\vec{m}$, где $\vec{m}(-12; 5)$.

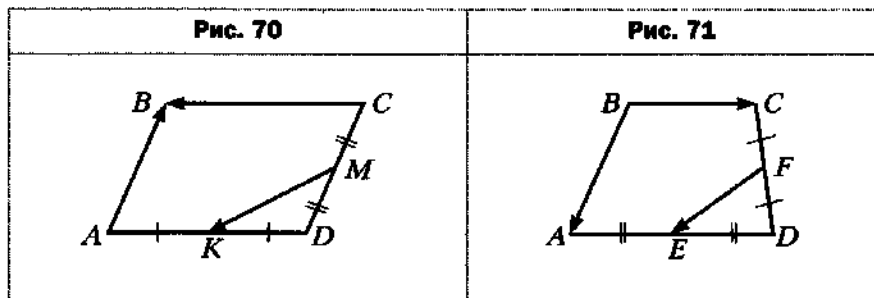
204. Даны векторы $\vec{a}(-2; 4)$ и $\vec{b}(3; 1)$. Найдите координаты вектора:

1) $\vec{a} + 2\vec{b}$; 2) $4\vec{b} - 3\vec{a}$.

205. Найдите модуль вектора $\vec{m} = 5\vec{a} - 3\vec{b}$, где $\vec{a}(5; 6)$; $\vec{b}(1; -4)$.

206. Точки M и K — середины сторон CD и AD параллелограмма $ABCD$ (рис. 70). Выразите вектор $\overrightarrow{MK}$ через векторы $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$.

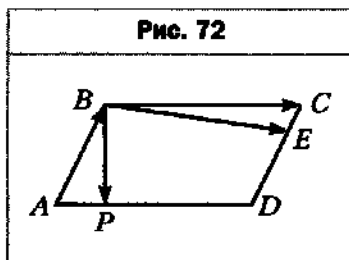
207. Точки F и E — середины сторон CD и AD трапеции $ABCD$ (рис. 71). Выразите вектор $\overrightarrow{FE}$ через векторы $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.



208. O — точка пересечения диагоналей выпуклого четырёхугольника $ABCD$, $AO : OC = 2 : 3$, $BO : OD = 3 : 5$. Выразите векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{DA}$ через векторы $\overrightarrow{OC} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{BO} = \vec{b}$.

209. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены такие точки K и M соответственно, что $AK : KB = 2 : 5$, $AM : MC = 4 : 3$. Выразите векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CK}$ и $\overrightarrow{MB}$ через векторы $\overrightarrow{AK} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{CM} = \vec{c}$.

210. На сторонах AD и CD параллелограмма $ABCD$ отмечены такие точки P и E , что $AP = \frac{1}{4}AD$, $CE = \frac{2}{7}CD$ (рис. 72). Выразите векторы $\overrightarrow{BP}$ и $\overrightarrow{BE}$ через векторы $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$ и $\overrightarrow{BC} = \vec{n}$.



211. Коллинеарны ли векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$, если $A(-1; 5)$, $B(-3; 7)$, $C(4; -2)$, $D(-1; 3)$?
212. Среди векторов $\vec{a}(2; -5)$, $\vec{b}(8; -20)$, $\vec{c}(-4; 10)$, $\vec{d}(-14; 35)$ укажите пары: 1) сонаправленных векторов; 2) противоположно направленных векторов.
213. Даны вектор $\vec{a}(-1; 4)$ и точка $B(3; 7)$. Найдите координаты такой точки A , чтобы векторы $\overrightarrow{BA}$ и $\vec{a}$ были противоположными.
214. Найдите значение m , при котором векторы $\vec{a}(m; 3)$ и $\vec{b}(5; -9)$ коллинеарны.
215. Найдите координаты вектора, модуль которого равен 1 и который сонаправлен с вектором:
1) $\vec{b}(24; -7)$; 2) $\vec{c}(-x; y)$.
216. Найдите координаты вектора $\vec{m}$, коллинеарного вектору $\vec{n}(8; -15)$, если $|\vec{m}| = 51$.
217. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(1; -4)$, $B(2; 1)$, $C(5; 3)$ и $D(10; 2)$ является трапецией.
218. Лежат ли точки $A(-1; 5)$, $B(7; 13)$ и $C(0; 6)$ на одной прямой?
219. O — точка пересечения диагоналей трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$), $BC = 2$, $AD = 5$. Найдите такое число x , что:
1) $\overrightarrow{AO} = x \cdot \overrightarrow{OC}$; 2) $\overrightarrow{BO} = x \cdot \overrightarrow{DB}$.
220. Даны векторы $\vec{a}(2; -7)$, $\vec{b}(-2; 5)$ и $\vec{n}(-2; 9)$. Найдите такие числа x и y , что $\vec{n} = x\vec{a} + y\vec{b}$.

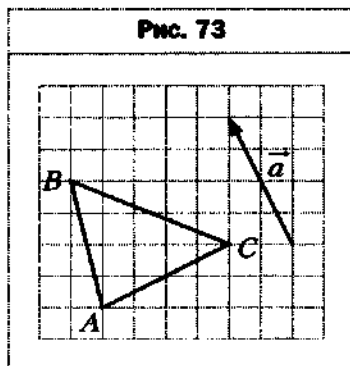
Скалярное произведение векторов

- 221.** Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если:
- 1) $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 7$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$;
 - 2) $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 11$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 150^\circ$;
 - 3) $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 6$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.
- 222.** Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 135° , $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 7$. Найдите:
- 1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$;
 - 2) $(2\vec{b} + 5\vec{a}) \cdot \vec{a}$.
- 223.** Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 120° , $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$. Найдите скалярное произведение $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - \vec{b})$.
- 224.** Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если:
- 1) $\vec{a}(1; -3)$, $\vec{b}(4; -2)$;
 - 2) $\vec{a}(-3; -8)$, $\vec{b}(-7; -1)$.
- 225.** Даны векторы $\vec{a}(4; y)$ и $\vec{b}(5; -3)$. При каком значении y выполняется равенство $\vec{a} \cdot \vec{b} = 8$?
- 226.** Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}(5; -1)$ и $\vec{b}(2; 6)$.
- 227.** Медианы AM и BD правильного треугольника ABC со стороной 12 см пересекаются в точке O . Найдите скалярное произведение векторов:
- 1) $\vec{CB}$ и $\vec{CA}$;
 - 2) $\vec{CB}$ и $\vec{AB}$;
 - 3) $\vec{AM}$ и $\vec{BC}$;
 - 4) $\vec{OA}$ и $\vec{OB}$;
 - 5) $\vec{AM}$ и $\vec{OD}$;
 - 6) $\vec{OA}$ и $\vec{OM}$.
- 228.** Даны векторы $\vec{a}(6; -1)$ и $\vec{b}(x; 2)$. При каком значении x векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны?
- 229.** Даны векторы $\vec{a}(4; -7)$ и $\vec{b}(3; y)$. При каких значениях y угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$: 1) острый; 2) прямой; 3) тупой?
- 230.** Найдите координаты вектора $\vec{a}$, коллинеарного вектору $\vec{b}(2; -5)$, если $\vec{a} \cdot \vec{b} = -58$.

231. Найдите координаты вектора, который перпендикулярен вектору $\vec{a}(3; -1)$ и модуль которого равен модулю вектора $\vec{a}$.
232. Даны векторы $\vec{a}(3; -5)$ и $\vec{b}(4; -1)$. Найдите значение k , при котором векторы $k\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{a}$ перпендикулярны.
233. Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$. Найдите:
- 1) $|\vec{a} - \vec{b}|$; 2) $|\vec{a} + 4\vec{b}|$.
234. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} = 2\vec{m} + 3\vec{n}$ и $\vec{b} = 3\vec{m} - \vec{n}$, если $|\vec{m}| = |\vec{n}| = 1$ и $\vec{m} \perp \vec{n}$.
235. Найдите косинусы углов, которые образует вектор $\overrightarrow{AB}$, если $A(3; 7)$, $B(5; 1)$, с отрицательными направлениями координатных осей.
236. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами $A(-5; -2)$, $B(-1; 2)$, $C(2; -1)$ и $D(-2; -5)$ является прямоугольником.
237. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами $A(1; 2)$, $B(2; 5)$, $C(5; 4)$ и $D(4; 1)$ является квадратом.
238. Каким треугольником, остроугольным, тупоугольным или прямоугольным, является треугольник ABC , если $A(1; -4)$, $B(4; 7)$, $C(-2; 1)$?
239. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, а векторы $\vec{a} - 2\vec{b}$ и $4\vec{a} + 3\vec{b}$ перпендикулярны.
240. Найдите геометрическое место точек $N(x; y)$ координатной плоскости таких, что для точек $A(-4; 5)$ и $B(2; 1)$ выполняется равенство:
- 1) $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$; 2) $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BN} = 6$.
241. Составьте уравнение прямой, которая касается окружности с центром $M(-3; 2)$ в точке $E(3; 1)$.
242. Составьте уравнение прямой, содержащей высоту CE треугольника ABC , если $A(-6; 2)$, $B(3; -2)$, $C(-4; 3)$.
243. Точки F и E — середины сторон BC и CD квадрата $ABCD$ соответственно. Найдите косинус угла между прямыми AF и AE .

Движение (перемещение) фигуры. Параллельный перенос

- 244.** Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC , точки D и E — середины сторон AB и BC соответственно. Существует ли параллельный перенос, при котором: 1) сторона BC является образом стороны AB ; 2) отрезок AC является образом отрезка DE ; 3) отрезок AD является образом отрезка BD ? В случае утвердительного ответа укажите вектор, на который должен осуществляться параллельный перенос.
- 245.** Постройте образ треугольника ABC при параллельном переносе на вектор $\vec{a}$ (рис. 73).



- 246.** Постройте образы точек $A(2; 6)$, $B(1; -3)$ и $C(0; -2)$ при параллельном переносе на вектор $\vec{m}(0; -3)$. Запишите координаты построенных точек.
- 247.** Найдите точки, являющиеся образами точек $A(1; -2)$ и $B(-2; 3)$ при параллельном переносе на вектор $\vec{n}(-2; 5)$. Образами каких точек при таком параллельном переносе являются точки $M(3; -5)$ и $N(2; 0)$?
- 248.** Найдите вектор, при параллельном переносе на который образом точки $A(-5; 2)$ будет точка $B(3; -1)$, и вектор, при параллельном переносе на который образом точки B будет точка A .
- 249.** При параллельном переносе образом точки $A(4; -2)$ является точка $B(-1; 7)$. Какая точка является образом точки $M(0; -4)$ при этом параллельном переносе?
- 250.** Вершинами треугольника ABC являются точки $A(3; -5)$, $B(4; 1)$ и $C(7; -8)$. Выполнили параллельный перенос треугольника ABC , при котором образом точки A является точка B . Каковы координаты вершин полученного треугольника? Сделайте чертёж.

- 251.** Даны точки $A(-1; -6)$ и $B(5; -2)$. При параллельном переносе образом середины отрезка AB является точка $C(3; 7)$. Найдите образы точек A и B при этом параллельном переносе.
- 252.** Точки $A(4; -3)$, $C(9; 2)$ и $D(-5; 1)$ являются вершинами параллелограмма $ABCD$. При параллельном переносе образом точки A является точка $D_1(2; -7)$. Найдите образы точек B и C при таком параллельном переносе.
- 253.** Найдите уравнение окружности, являющейся образом окружности $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 8$ при параллельном переносе на вектор $\vec{c}(-3; 2)$.
- 254.** Выполнили параллельный перенос прямой $3x + 5y = 2$. Запишите уравнение полученной прямой, если она проходит через точку: 1) $O(0; 0)$; 2) $A(-2; 1)$.

Осевая симметрия

- 255.** Прямая a перпендикулярна основанию AC равнобедренного треугольника ABC . Можно ли утверждать, что прямая a является осью симметрии треугольника ABC ?
- 256.** Даны прямая a и точка C , не принадлежащая ей (рис. 74). Постройте точку, симметричную точке C относительно прямой a .

Рис. 74

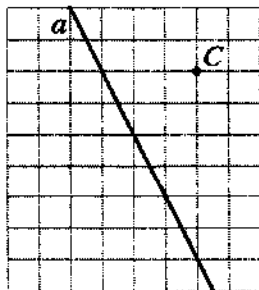
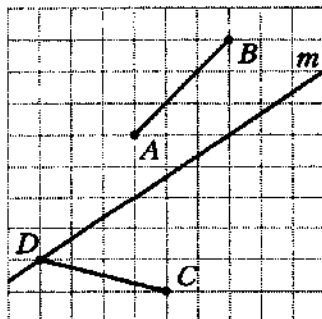
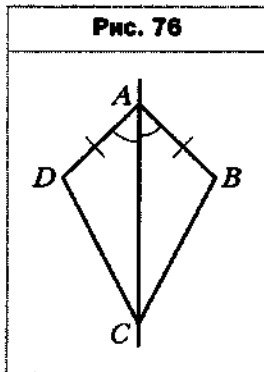


Рис. 75



257. Постройте образы отрезков AB и CD , изображённых на рисунке 75, при симметрии относительно прямой m .
258. Начертите окружность радиусом 1,5 см и проведите прямую, не проходящую через её центр. Постройте окружность, симметричную данной относительно этой прямой.
259. Начертите равносторонний треугольник со стороной 2 см, проведите прямую, проходящую через одну из его вершин и не имеющую с треугольником других общих точек. Постройте треугольник, симметричный данному относительно этой прямой.
260. Начертите равносторонний треугольник ABC со стороной 2,5 см и проведите прямую a , пересекающую стороны AB и AC . Постройте треугольник, симметричный треугольнику ABC относительно прямой a .
261. В каком случае прямая m является осью симметрии окружности с центром O ?
262. На рисунке 76 $AB = AD$, $\angle BAC = \angle DAC$. Докажите, что точки B и D симметричны относительно прямой AC .
263. Докажите, что если прямая, содержащая биссектрису одного из углов параллелограмма, является его осью симметрии, то этот параллелограмм — ромб.
264. Найдите координаты точки, симметричной точке $N(-2; -3)$ относительно: 1) оси абсцисс; 2) оси ординат.
265. Точки $A(5; y)$ и $B(x; -2)$ симметричны относительно: 1) оси абсцисс; 2) оси ординат. Найдите x и y .
266. Осями симметрии ромба являются прямые $x = 5$ и $y = 7$. Двумя его соседними вершинами являются точки $A(5; -8)$ и $B(-2; 7)$. Найдите координаты остальных вершин ромба.
267. Найдите координаты точек, симметричных точкам $A(2; -3)$ и $B(-1; 0)$ относительно прямой $y = x$.

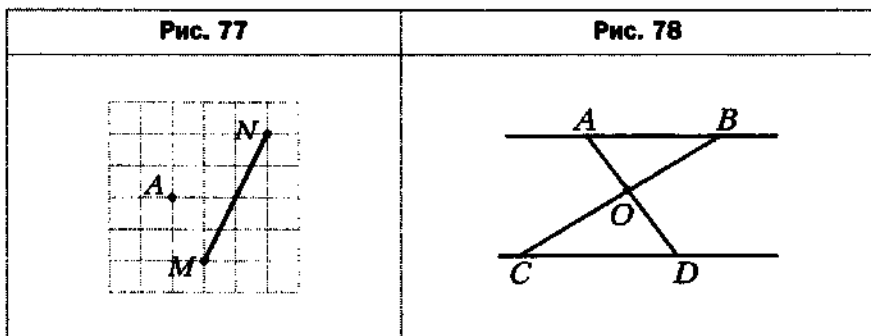
Рис. 76



- 268.** Осями симметрии прямоугольника являются прямые $y = 2$ и $x = -4$. Одна из его вершин имеет координаты $(-6; -1)$. Найдите координаты остальных вершин прямоугольника.
- 269.** Диагонали ромба лежат на координатных осях. Найдите координаты вершин ромба, если середина одной из его сторон имеет координаты $(-2; -6)$.

Центральная симметрия. Поворот

- 270.** Отметьте точки A и B . Постройте точку C , относительно которой точка B симметрична точке A .
- 271.** Даны отрезок MN и точка A (рис. 77). Постройте отрезок, симметричный отрезку MN относительно точки A .



- 272.** Начертите треугольник MNK и отметьте точку A , лежащую вне треугольника. Постройте треугольник, симметричный данному относительно точки A .
- 273.** Начертите угол ABC и отметьте точку O , не принадлежащую углу. Постройте угол, симметричный углу ABC относительно точки O .
- 274.** Может ли образом окружности при центральной симметрии быть эта же окружность?
- 275.** Найдите координаты точки, симметричной точке $K(-3; -4)$ относительно начала координат.
- 276.** Среди точек $A(5; -2)$, $B(1; -3)$, $C(-5; 2)$, $D(4; 7)$, $E(-4; -7)$, $F(-1; 3)$ укажите пары точек, симметричных относительно начала координат.

277. Симметричны ли точки $A(7; -3)$ и $B(3; 11)$ относительно точки $C(2; -7)$?
278. Найдите координаты точки, относительно которой симметричны точки $A(-6; 4)$ и $B(8; -2)$.
279. Найдите координаты точки M , симметричной точке $N(1; -5)$ относительно точки $K(0; 3)$.
280. Точки $M(x; -3)$ и $B(2; y)$ симметричны относительно точки $C(3; -2)$. Найдите x и y .
281. Запишите уравнение окружности, симметричной окружности $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 7$ относительно:
1) начала координат; 2) точки $M(3; -1)$.
282. На рисунке 78 прямые AB и CD параллельны, $AB = CD$. Докажите, что точки B и C симметричны относительно точки O .
283. Запишите уравнение прямой, симметричной прямой $3x + 2y = 4$ относительно:
1) начала координат; 2) точки $M(4; -2)$.
284. Отметьте точки K и O . Постройте образ точки A при повороте вокруг центра O : 1) на угол 70° по часовой стрелке; 2) на угол 115° против часовой стрелки.
285. Даны отрезок MN и точка O (рис. 79). Постройте образ отрезка MN при повороте на угол 40° вокруг центра O против часовой стрелки.
286. Точка O — центр правильного шестиугольника $ABCDEF$ (рис. 80). Укажите образы точек B, E, O , стороны DE , отрезка OF , диагонали AD при повороте вокруг точки O против часовой стрелки на угол 60° .

Рис. 79

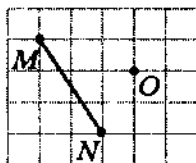
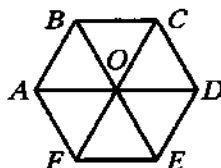


Рис. 80

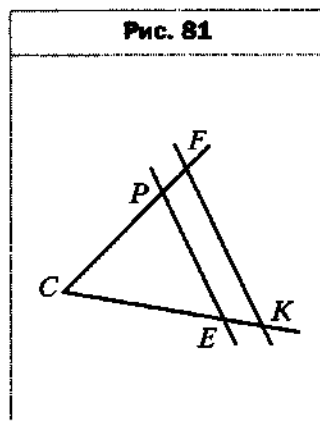


- 287.** Проведите луч OC . Постройте образ этого луча при повороте на угол 65° по часовой стрелке вокруг: 1) точки P , принадлежащей лучу; 2) точки N , не принадлежащей лучу.
- 288.** Постройте образы точек $M(-2; 0)$, $N(0; -5)$, $K(1; 3)$, $P(-3; -1)$ при повороте на угол 90° против часовой стрелки вокруг начала координат. Укажите координаты полученных точек.
- 289.** Образом точки $M(-3; m)$ при повороте на угол 90° по часовой стрелке вокруг точки $O(0; 0)$ является точка $N(-5; n)$. Найдите m и n .
- 290.** На какой наименьший угол надо повернуть правильный восьмиугольник вокруг его центра, чтобы его образом был этот же восьмиугольник?

Гомотетия. Подобие фигур

- 291.** Начертите отрезок MN длиной 3 см и отметьте точку O , не принадлежащую этому отрезку. Постройте отрезок, гомотетичный отрезку MN , с центром гомотетии в точке O и коэффициентом гомотетии: 1) $k = -2$; 2) $k = \frac{1}{3}$.
- 292.** Начертите острый угол и отметьте точку M , лежащую вне этого угла. Постройте угол, гомотетичный данному, с центром гомотетии в точке M и коэффициентом гомотетии $k = \frac{1}{4}$.
- 293.** Постройте ромб, гомотетичный данному ромбу, с центром гомотетии в точке пересечения его диагоналей и коэффициентом гомотетии: 1) $k = 1,5$ 2) $k = -2$.
- 294.** Отметьте точки M и N . Найдите такую точку K , чтобы точка M была образом точки N при гомотетии с центром K и коэффициентом гомотетии $k = 3$.
- 295.** Точка $M(1; -3)$ — образ точки $P(-2; 6)$ при гомотетии с центром в начале координат. Найдите коэффициент гомотетии.

296. Параллельные прямые пересекают стороны угла C в точках P, E, F и K (рис. 81). $CP : PF = 4 : 1$. Укажите коэффициент и центр гомотетии, при которой: 1) отрезок PE является образом отрезка FK ; 2) отрезок FK является образом отрезка PE .



297. Стороны двух правильных шестиугольников относятся как $2 : 3$. Как относятся их площади?
298. Радиус вписанной окружности одного равностороннего треугольника равен стороне другого. Как относятся их площади?
299. Стороны двух квадратов относятся как $2 : 5$, а площадь большего из них равна 100 см^2 . Найдите площадь меньшего квадрата.
300. Соответственные стороны двух подобных многоугольников равны 4 см и 10 см . Площадь большего многоугольника равна 300 см^2 . Найдите площадь меньшего многоугольника.
301. Периметры подобных многоугольников относятся как $2 : 5$, а разность их площадей равна 189 см^2 . Найдите площади многоугольников.
302. Площади двух правильных шестиугольников относятся как $2 : 7$. Сторона меньшего шестиугольника равна 2 см . Найдите сторону большего шестиугольника.
303. Сторона AC треугольника ABC равна 8 см . Прямая, параллельная стороне AC , делит треугольник на две равновеликие фигуры. Найдите отрезок этой прямой, содержащийся между сторонами треугольника.
304. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь трапеции, если $AD : BC = 4 : 3$, а площадь треугольника AKD равна 128 см^2 .

- 305.** Точка N делит сторону BC квадрата $ABCD$ в отношении $4 : 3$, считая от точки B . Отрезки AC и DN пересекаются в точке F . Найдите площадь треугольника AFD , если площадь треугольника CFN равна 27 см^2 .
- 306.** Прямая, параллельная медиане AK треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках E и F соответственно. Площади треугольника BEF и четырёхугольника $ACFE$ относятся как $5 : 7$. Найдите отрезок EF , если $AK = 6 \text{ см}$.

Контрольные работы

Вариант 1

Контрольная работа № 1

Тема. Решение треугольников

1. Две стороны треугольника равны 4 см и 8 см, а угол между ними — 60° . Найдите третью сторону треугольника и его площадь.
2. Два угла треугольника равны 30° и 135° , а сторона, лежащая против меньшего из них, равна 4 см. Найдите сторону треугольника, лежащую против большего из данных углов.
3. Определите, остроугольным, прямоугольным или тупоугольным является треугольник со сторонами 4 см, 5 см и 7 см.
4. Одна сторона треугольника на 2 см больше другой, а угол между ними равен 120° . Найдите периметр треугольника, если его третья сторона равна 7 см.
5. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник со сторонами 7 см, 15 см и 20 см.
6. Стороны треугольника равны 7 см, 11 см и 12 см. Найдите медиану треугольника, проведённую к его большей стороне.

Контрольная работа № 2

Тема. Правильные многоугольники

1. Найдите углы правильного 60-угольника.
2. Найдите длину окружности, описанной около квадрата со стороной 8 см.
3. Сторона правильного треугольника, вписанного в окружность, равна $5\sqrt{3}$ см. Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около этой окружности.

4. Радиус окружности, описанной около правильного многоугольника, равен $2\sqrt{3}$ см, а радиус окружности, вписанной в него, — 3 см. Найдите: 1) сторону многоугольника; 2) количество сторон многоугольника.
5. Сторона треугольника равна $4\sqrt{2}$ см, а прилежащие к ней углы равны 80° и 55° . Найдите длины дуг, на которые делит окружность, описанную около треугольника, его вершины.
6. В правильном шестиугольнике $ABCDEF$ соединили середины сторон AB , CD и EF . Найдите сторону правильного треугольника, образовавшегося при этом, если $AB = a$.

Контрольная работа № 3

Тема. Декартовы координаты

1. Найдите длину отрезка AB и координаты его середины, если $A(-3; 2)$ и $B(1; -5)$.
2. Составьте уравнение окружности, центр которой находится в точке $M(1; -3)$ и которая проходит через точку $K(-4; 2)$.
3. Найдите координаты вершины D параллелограмма $ABCD$, если $A(-2; 3)$, $B(4; 5)$, $C(2; 1)$.
4. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $K(3; -2)$ и $P(5; 2)$.
5. Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и равноудалённой от точек $A(-2; 3)$ и $B(6; 1)$.
6. Составьте уравнение прямой, которая параллельна прямой $y = -3x + 10$ и проходит через центр окружности $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$.

Контрольная работа № 4

Тема. Векторы

- Даны точки $A(-2; 3)$, $B(1; -1)$, $C(2; 4)$. Найдите:
 - координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CA}$;
 - модули векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CA}$;
 - координаты вектора $\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CA}$;
 - скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CA}$;
 - косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CA}$.
- Начертите треугольник ABC . Постройте вектор:
 - $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$;
 - $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$;
 - $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
- Даны векторы $\vec{a}(2; 6)$ и $\vec{b}(-3; k)$. При каком значении k векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$: 1) коллинеарны; 2) перпендикулярны?
- На сторонах AB и BC параллелограмма $ABCD$ отметили соответственно точки F и E так, что $AF : FB = 1 : 4$, $BE : EC = 1 : 3$. Выразите вектор $\overrightarrow{EF}$ через векторы $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.
- Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} = \vec{n} + 2\vec{m}$ и $\vec{b} = 3\vec{n} - \vec{m}$, если $\vec{m} \perp \vec{n}$, $|\vec{m}| = |\vec{n}| = 1$.

Контрольная работа № 5

Тема. Геометрические преобразования

- Найдите координаты точек, симметричных точкам $A(-3; 4)$ и $B(0; 5)$ относительно: 1) оси абсцисс; 2) оси ординат; 3) начала координат.
- Начертите треугольник ABC . Постройте образ треугольника ABC : 1) при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{BC}$; 2) при симметрии относительно точки A ; 3) при симметрии относительно прямой AB .

3. Точка $A_1(8; y)$ является образом точки $A(x; -3)$ при гомотетии с центром $H(2; 1)$ и коэффициентом $k = -4$. Найдите x и y .
4. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M . Найдите площадь трапеции, если $BC : AD = 2 : 5$, а площадь треугольника BMC равна 12 см^2 .
5. Из точек A и C , лежащих в одной полуплоскости относительно прямой m , опущены перпендикуляры AA_1 и CC_1 на эту прямую. $AA_1 = 7 \text{ см}$, $CC_1 = 1 \text{ см}$, $A_1C_1 = 6 \text{ см}$. Какое наименьшее значение может принимать сумма $AH + HC$, где H — точка, принадлежащая прямой m ?

Контрольная работа № 6

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся

1. Две стороны параллелограмма равны 6 см и 8 см , а угол между ними — 60° . Найдите:
 - 1) большую диагональ параллелограмма;
 - 2) площадь параллелограмма.
2. В треугольнике MKP $MP = 7\sqrt{2} \text{ см}$, $KP = 7\sqrt{3} \text{ см}$, $\angle K = 45^\circ$. Найдите угол M .
3. Около правильного треугольника ABC со стороной 18 см описана окружность с центром O .
 - 1) Найдите площадь сектора, содержащего дугу BAC .
 - 2) Укажите, какой отрезок является образом стороны AB при повороте вокруг центра O по часовой стрелке на угол 120° ?
4. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(-4; 4)$, $C(-2; 6)$ и $D(3; 1)$ является прямоугольником.
5. Найдите уравнение окружности, являющейся образом окружности $(x + 3)^2 + (y - 9)^2 = 16$ при параллельном переносе на вектор $\vec{a}(-5; 4)$.

6. Найдите косинус угла между векторами $\vec{m}$ и $\vec{n}$, если векторы $\vec{a} = 2\vec{m} + 3\vec{n}$ и $\vec{b} = 6\vec{m} - \vec{n}$ перпендикулярны, $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 6$.

Вариант 2

Контрольная работа № 1

Тема. Решение треугольников

1. Две стороны треугольника равны 6 см и 4 см, а угол между ними — 120° . Найдите третью сторону треугольника и его площадь.
2. Два угла треугольника равны 60° и 45° , а сторона, лежащая против большего из них, равна $3\sqrt{2}$ см. Найдите сторону треугольника, лежащую против меньшего из данных углов.
3. Определите, остроугольным, прямоугольным или тупоугольным является треугольник со сторонами 3 см, 8 см и 10 см.
4. Одна сторона треугольника на 6 см меньше другой, а угол между ними равен 60° . Найдите периметр треугольника, если его третья сторона равна 14 см.
5. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами 17 см, 25 см и 28 см.
6. Две стороны треугольника равны 7 см и 9 см, а медиана, проведённая к третьей стороне, — 4 см. Найдите неизвестную сторону треугольника.

Контрольная работа № 2

Тема. Правильные многоугольники

1. Найдите углы правильного 72-угольника.
2. Найдите площадь круга, вписанного в правильный треугольник со стороной 6 см.
3. В окружность вписан правильный шестиугольник со стороной 4 см. Найдите сторону квадрата, описанного около этой окружности.
4. Радиус окружности, описанной около правильного многоугольника, равен $4\sqrt{2}$ см, а сторона многоугольника — 8 см. Найдите: 1) радиус окружности, вписанной в многоугольник; 2) количество сторон многоугольника.

5. Сторона треугольника равна $6\sqrt{3}$ см, а прилежащие к ней углы равны 50° и 70° . Найдите длины дуг, на которые делит окружность, описанную около треугольника, его вершины.
6. Найдите диагональ AD правильного восьмиугольника $ABCDEFGKP$, если $AB = a$.

Контрольная работа № 3

Тема. Декартовы координаты

1. Найдите длину отрезка DF и координаты его середины, если $D(4; -5)$ и $F(-3; -1)$.
2. Составьте уравнение окружности, которая проходит через точку $P(-2; -5)$ и центр которой находится в точке $E(1; -3)$.
3. Найдите координаты вершины C параллелограмма $ABCD$, если $A(-3; -2)$, $B(4; 7)$, $D(-2; -5)$.
4. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $M(-2; -2)$ и $N(2; 10)$.
5. Найдите координаты точки, принадлежащей оси ординат и равноудалённой от точек $C(2; -1)$ и $D(-4; 5)$.
6. Составьте уравнение прямой, которая параллельна прямой $y = 5x - 9$ и проходит через центр окружности $x_2^2 + y_2^2 - 6x + 2y + 6 = 0$.

Контрольная работа № 4

Тема. Векторы

1. Даны точки $M(-2; -4)$, $P(4; 4)$, $K(-1; 3)$. Найдите:
 - 1) координаты векторов $\overrightarrow{MK}$ и $\overrightarrow{PM}$;
 - 2) модули векторов $\overrightarrow{MK}$ и $\overrightarrow{PM}$;
 - 3) координаты вектора $\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{MK} - 3\overrightarrow{PM}$;
 - 4) скалярное произведение векторов $\overrightarrow{MK}$ и $\overrightarrow{PM}$;
 - 5) косинус угла между векторами $\overrightarrow{MK}$ и $\overrightarrow{PM}$.

2. Начертите треугольник ABC . Постройте вектор:
 - 1) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$; 2) $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$; 3) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$.
3. Даны векторы $\vec{m}(p; 4)$ и $\vec{n}(20; -10)$. При каком значении p векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$: 1) коллинеарны; 2) перпендикулярны?
4. На сторонах CD и AD параллелограмма $ABCD$ отметили соответственно точки M и K так, что $CM : MD = 2 : 5$, $AK : KD = 1 : 2$. Выразите вектор $\overrightarrow{MK}$ через векторы $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ и $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.
5. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} = 3\vec{k} - \vec{p}$ и $\vec{b} = \vec{k} - 3\vec{p}$, если $\vec{k} \perp \vec{p}$, $|\vec{k}| = |\vec{p}| = 1$.

Контрольная работа № 5

Тема. Геометрические преобразования

1. Найдите координаты точек, симметричных точкам $C(2; -1)$ и $D(-4; 0)$ относительно: 1) оси ординат; 2) оси абсцисс; 3) начала координат.
2. Начертите треугольник DEF . Постройте образ треугольника DEF : 1) при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{DE}$; 2) при симметрии относительно точки F ; 3) при симметрии относительно прямой DF .
3. Точка $P_1(x; 5)$ является образом точки $B(-7; y)$ при гомотетии с центром $H(3; -1)$ и коэффициентом $k = -\frac{1}{2}$. Найдите x и y .
4. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M . Найдите площадь треугольника AMD , если $BC : AD = 3 : 4$, а площадь трапеции равна 14 см^2 .
5. Из точек D и E , лежащих в одной полуплоскости относительно прямой m , опущены перпендикуляры DD_1 и EE_1 на эту прямую. $DD_1 = 4 \text{ см}$, $EE_1 = 8 \text{ см}$, $D_1E_1 = 5 \text{ см}$. Какое наименьшее значение может принимать сумма $DX + XE$, где X — точка, принадлежащая прямой m ?

Контрольная работа № 6

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся

1. Две стороны параллелограмма равны 3 см и 5 см, а угол между ними — 30° . Найдите:
1) большую диагональ параллелограмма;
2) площадь параллелограмма.
2. В треугольнике ABC $AC = 6\sqrt{2}$ см, $BC = 6$ см, $\angle A = 30^\circ$. Найдите угол B .
3. Около правильного шестиугольника $ABCDEF$ со стороной 8 см описана окружность с центром O .
1) Найдите площадь сектора, содержащего дугу ACE .
2) Укажите, какой отрезок является образом стороны CD при повороте вокруг центра O против часовой стрелки на угол 120° ?
4. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках $A(3; 5)$, $B(-1; -1)$, $C(-7; -5)$ и $D(-3; 1)$ является ромбом.
5. Найдите уравнение окружности, являющейся образом окружности $(x - 2)^2 + (y + 6)^2 = 36$ при параллельном переносе на вектор $\vec{a}(-4; 1)$.
6. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если векторы $\vec{m} = 3\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{n} = \vec{a} + 5\vec{b}$ перпендикулярны, $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$.

Содержание

От авторов	3
Упражнения	4
Вариант 1	4
Вариант 2	36
Вариант 3	68
Контрольные работы	101
Вариант 1	101
Вариант 2	106

Учебное издание

**Мерзляк Аркадий Григорьевич
Полонский Виталий Борисович
Рабинович Ефим Михайлович
Якир Михаил Семёнович**

Геометрия

Дидактические материалы

9 класс

**Пособие для учащихся
общеобразовательных организаций**

**Редактор *Е.В. Буцко*
Художественный редактор *И.Ю. Таран-Бравова*
Макет *Д.Э. Буланкина*
Внешнее оформление *Е.В. Чайко*
Компьютерная вёрстка *О.В. Поповой*
Технический редактор *М.В. Плешакова*
Корректоры *Е.В. Плеханова, О.А. Мерзлякина***

Подписано в печать 16.07.19. Формат 60×84/16

Гарнитура SchoolBook. Печать офсетная

Печ. л. 7,0. Тираж 10 000 экз. Заказ № 7051

ООО Издательский центр «Вентана-Граф»

123308, г. Москва, ул. Зорге, д. 1, эт. 5



rosuchebnik.ru/metod

Предложения и замечания по содержанию и оформлению книг
можно отправлять по электронному адресу: avrap@rosuchebnik.ru

По вопросам приобретения продукции издательства обращайтесь:
тел.: 8-800-700-64-83; e-mail: sales@rosuchebnik.ru

Электронные формы учебников, другие электронные материалы и сервисы:
lecta.rosuchebnik.ru, тел.: 8-800-555-46-68

В помощь учителю и ученику: регулярно пополняемая библиотека дополнительных
материалов к урокам, конкурсы и акции с поощрением победителей, рабочие программы,
вебинары и видеозаписи открытых уроков rosuchebnik.ru/metod

Отпечатано с готовых файлов заказчика

в АО «Первая Образцовая типография»,

филиал «УЛЬЯНОВСКИЙ ДОМ ПЕЧАТИ»

432980, Россия, г. Ульяновск, ул. Гончарова, 14